

Università degli Studi di Napoli Federico II

Scuola Politecnica e delle Scienze di Base
Area Didattica di Scienze Matematiche Fisiche e Naturali

Dipartimento di Fisica “Ettore Pancini”



Laurea Magistrale in Fisica

**Progettazione di un percorso didattico sulla
dinamica del corpo rigido. Utilizzo di schede a
microcontrollori e sensori MEMS.**

Relatori:

Prof. Emilio Balzano
Dott. Gabriele Campagnano

Candidato:

Giancarlo Artiano
Matricola N94/321

A.A. 2017/2018

Indice

Introduzione	4
Capitolo 1: Le grandi linee di ricerca in didattica della fisica attuali	7
1.1 Computazione creativa: dal pensiero concreto al pensiero formale	9
1.2 La spirale creativa dell'apprendimento.....	10
1.3 La proposta sulla dinamica del corpo rigido e il prototipo realizzato	12
Capitolo 2. Nuovi strumenti per la didattica della fisica.....	14
2.1 Apprendere per modelli	15
2.1.1 Il modello bifocale.....	17
2.1.2 Programmare per tentativi ed errori	18
2.2 Realizzazione di misure con tecnologia MEMS.....	19
2.2.1 Miniaturizzazione e metodi di fabbricazione	20
2.2.2 Il meccanismo di trasduzione	23
2.2.3 Misure di grandezze fisiche.....	25
2.3 Progettazione di esperimenti con schede programmabili a microprocessore	29
2.3.1 Ambienti di sviluppo integrato e capacità di input/output	30
Capitolo 3. Progettazione di una proposta didattica sul corpo rigido	33
3.1 L'importanza del corpo nello studio del moto.....	33
3.1.1 Descrizione dell'esperienza dell'exhibit	35
3.1.2 Alcune difficoltà didattiche	38
3.1.3 L'esperienza didattica del volano.....	40
3.2 Sensori di moto inerziale con tecnologia sensor fusion.....	46
3.2.1 Micro Processor Unit (MPU)-6050.....	46
3.3 Principio fisico di trasduzione	48
3.3.1 Convertitore analogico digitale	52
3.4 Analisi, trasferimento e raccolta di dati sperimentali	54
3.4.1 Protocollo di trasferimento seriale dei dati I ² C	54
3.4.2 Analisi degli errori, calibrazione e normalizzazione dei dati	62
3.4.3 Scheda microprocessore wireless.....	68
3.4.4 Python: lettura dei dati e analisi dei tempi	71
Capitolo 4. Risultati e misure.....	73
4.1 Misura del momento d'inerzia assiale di una ruota di bicicletta	73
4.1.1 Setup sperimentale	73
4.1.2 Analisi sperimentale	77
4.2 Altre proposte di esperienze didattiche.....	80

4.2.1 Moto circolare	81
4.2.2 Moto armonico	83
4.3 Riflessioni finali sulla proposta didattica.....	83
Conclusioni.....	85
Bibliografia.....	87
Sitografia	90
Codici	91

Introduzione

La nostra mente si è evoluta in modo da consentirci di utilizzare, anche senza studiare, semplici strumenti di calcolo. Il cervello umano possiede un meccanismo di comprensione delle quantità numeriche, che ci guida nell'apprendimento della matematica. Gli elementi di base della geometria (punto, retta, piano...) sono innati. “la geometria di base, così come l’aritmetica, è un costituente universale della mente umana” (Dehaene, 2000; Dehaene et al. 2005). Tuttavia il nostro cervello non si è evoluto in modo da farci fare naturalmente calcoli formali. Per farli occorre certamente esercizio ma è necessario attrezzarsi con strategie che valorizzino ciò che sappiamo già fare: *“Il cervello del bambino non è una spugna, è un organo già strutturato che impara soltanto ciò che è in risonanza con le sue conoscenze anteriori”*. (Dehaene, 2000)

Esistono ottime proposte di organizzazione del curricolo di matematica e di quello di fisica. Esistono anche diversi ottimi esempi/sperimentazioni su come costruire competenze matematiche integrando gioco, analisi qualitativa, percezione e senso estetico valorizzando esperienze comuni. Mancano però a nostro avviso proposte organiche e coerenti d’insegnamento integrato di matematica e scienze e in particolare di matematica e fisica. Il mancato riconoscimento, nella pratica didattica, del legame esistente fra comprensione matematica e comprensione fisica è, secondo noi, all’origine di alcune delle difficoltà di apprendimento-insegnamento nelle due discipline. Eppure tale legame, esplicitato nel rapporto tra formalizzazione matematica e modellizzazione fisica, è oggi riconosciuta nelle proposte internazionali più avanzate sulla riorganizzazione del curricolo di matematica e scienze. Dopo anni di proposte che nei due campi hanno, da un lato privilegiato l’insegnamento precoce di strutture astratte non “ancorate” alle competenze di base anche innate (in matematica), e dall’altro privilegiato un insegnamento “semplificato” senza un esplicito riferimento alla struttura formale delle discipline (in scienze e in particolare in fisica), appare oggi chiaro che tale separatezza non aiuta a valorizzare la nostra naturale tendenza (a tutte le età) a rapportarci alla realtà attraverso complesse strutture mentali e strumenti culturali (Balzano,2007) . Ovviamente ciò non vuol dire che dal punto di vista dell’insegnamento e della mediazione didattica questa integrazione sia semplice. I modelli d’insegnamento (con cui ci siamo tra l’altro formati) fanno esplicito riferimento a una separatezza tra matematica e fisica e molto lavoro deve essere fatto, in tal senso, in primo luogo nella formazione iniziale e continua degli insegnanti.

Nella proposta presentata in questo lavoro non si intende introdurre concetti matematici con esempi fisici, piuttosto si cerca di riconoscere, nella presentazione di esperienze di fisica (in particolare di cinematica e dinamica) la possibilità di riconoscere l’unitarietà dei processi

cognitivi sottesi alla comprensione dei concetti e delle strutture “autonome” ma “correlate” delle due discipline (Balzano, 2007). Nella nostra esperienza è fondamentale includere nella costruzione/condivisione di concetti, esperienze fisiche d’interesse quotidiano. Attualmente, nel campo della ricerca in didattica si sta ponendo particolare attenzione alla possibilità di utilizzare le nuove tecnologie digitali (schede a microprocessore programmabili, trasduttori e linguaggi di programmazione per la fisica) per costruire competenze articolate (disciplinari e trasversali). Nelle proposte più interessanti appare chiaro che, queste nuove tecnologie, non sono neutre. Con le potenzialità, i vincoli e i limiti che sono loro propri, consentono di costruire abilità e competenze diverse e, parallelamente, contribuiscono alla forma del pensiero e alla produzione dei concetti matematici e fisici. Gli obiettivi didattici che si possono raggiungere sono potenzialmente diversi ed essi si configurano come luoghi-sistemi in cui si sviluppano nuovi modi di apprendere e di comunicare, nuovi laboratori di conoscenze ed esperienze in cui la costruzione di contenuti disciplinari specifici e il processo di comunicazione e d’indagine non necessariamente si identificano. In particolare negli ultimi anni, grazie ad un’elettronica a basso costo si sono diffusi sistemi programmabili basati su schede a microcontrollore e trasduttori che, programmati in modo appropriato, possono essere utilizzati come strumenti di misura di grandezze fisiche. In più, le piattaforme di simulazione e i linguaggi di programmazione sono sempre più versatili permettendo la modellizzazione del fenomeno e la scrittura di codici per la programmazione delle schede in una maniera semplice e intuitiva. In generale, lo studio di fenomeni fisici con sistemi di acquisizione “automatici” e programmati dallo studente o dall’insegnante offre, dal nostro punto di vista diversi vantaggi. Le potenzialità riguardano le possibilità di:

- a) studiare fenomeni che si svolgono in brevi intervalli di tempo;
- b) ridurre i tempi di acquisizione e concentrarsi sull’analisi dell’esperienza;
- c) analizzare fenomeni d’interesse per i ragazzi che riguardano spesso esperienze quotidiane e non solo esperimenti tradizionali di laboratorio;
- d) aiutare nel processo di formalizzazione, correlando l’osservazione del fenomeno ai diversi modi per rappresentare simbolicamente una grandezza;
- e) progettare attività orientate alla modellizzazione dei fenomeni studiati;
- f) ottenere grande flessibilità nell’uso del sistema, che permette attività che vanno dalle dimostrazioni interattive condotte dal docente con esperienze già predisposte (ad esempio per affrontare difficoltà di apprendimento di concetti chiave) alla realizzazione di esperimenti che coinvolgono gli studenti su più piani: nella configurazione degli apparati di rivelazione, nella gestione dell’acquisizione, nell’analisi dei dati.

A questo scopo il lavoro di tesi è stato strutturato nel modo seguente: a una prima fase di analisi dello stato dell'arte della ricerca in didattica della fisica (cap.1), segue una descrizione dettagliata dei punti cardine sui quali è possibile organizzare un percorso didattico innovativo. I punti attorno ai quali si sviluppa il capitolo 2 sono: -l'importanza nello studio di fenomeni fisici di costruire e condividere modelli con l'aiuto della programmazione (cap.2§2.1) ; la capacità di realizzare e correlare misure con i microtrasduttori (cap.2§2.2); la capacità di progettare esperimenti e simulare fenomeni programmando schede a microprocessore capace di correlare le misure dei trasduttori con i risultati della modellizzazione(cap.2§2.3), il trasferimento, la condivisione, la raccolta e l'elaborazione dei dati in tempo reale sfruttando i protocolli della rete wireless(cap.2§2.4). Il lavoro di tesi si conclude con una proposta didattica (cap.3-4) che prova a sintetizzare questi punti attorno alla rivisitazione, in chiave digitale, di un famoso exhibit scientifico progettato dal museo scientifico Exploratorium di San Francisco: "Bicycle Wheel Gyro".

Capitolo 1: Le grandi linee di ricerca in didattica della fisica attuali

La ricerca in didattica della fisica ha prodotto una significativa mole di risultati sull'efficacia dell'adozione di strategie didattiche basate su metodi non tradizionali di insegnamento e di apprendimento (Fraser et al. 2014). Il superamento degli schemi teorici che hanno indirizzato nei passati decenni la ricerca in didattica della fisica ("misconceptions", "conceptual change", ecc. nota) in direzione di uno sviluppo progressivo e multidimensionale delle competenze, ha portato in evidenza nuove strategie basate sulla progettazione coerente a lungo termine (longitudinale) e a largo raggio (trasversale) di percorsi di apprendimento e di insegnamento che si basano sulla rivisitazione didattica dei concetti e della struttura della fisica. Queste macro-strategie di insegnamento pongono in primo piano: la definizione di "corridoi concettuali" al cui interno articolare didatticamente specifiche "traiettorie" che sappiano tener conto delle specificità dei contesti; l'esplicitazione di organizzatori cognitivi trasversali che permettano una appropriazione cognitiva non frammentaria dei vari contesti della fisica, in stretta relazione con matematica e tecnologia. Su questi temi il Gruppo Nazionale di Ricerca in Didattica della Fisica¹ ha sviluppato specifiche competenze sulla definizione di percorsi a lungo termine e reciprocamente correlati, lungo cui sviluppare l'insegnamento-apprendimento della fisica con modalità che pongano su nuove basi comprensione e motivazione relative all'apprendimento scientifico producendo materiali che sono stati sperimentati con successo in diversi contesti scolastici e nella formazione degli insegnanti. Nonostante ci sia ancora uno scarso impatto sulla pratica (per ragioni che non sono affrontate in questo lavoro (Fraser et al. 2014) i risultati di ricerca mostrano che le strategie didattiche basate su un apprendimento attivo, sull'interattività e sull'uso mirato delle nuove tecnologie possono aiutare nella comprensione concettuale, nello sviluppo del pensiero critico e nell'acquisizione di capacità che permettono di cogliere il contributo che i metodi propri di indagine della fisica possono dare nell'interpretazione di fenomeni scientifici e di grande interesse sociale. In particolare diversi risultati di ricerca fanno riferimento alla necessità di condividere con studenti e docenti strategie legate alla modellizzazione dei fenomeni fisici integrando fisica, matematica e tecnologia. Appare significativo che istituzioni accademiche prestigiose come il Massachusetts Institute Technology (MIT) adottino oggi progetti che fanno esplicito riferimento ai risultati della ricerca (Dori, Belcher 2003, 2005). Le proposte più

¹ La ricerca in didattica della fisica è sviluppata in Italia con un coordinamento tra gruppi che operano in diverse università. La collaborazione è stata sostenuta per anni da progetti coordinati PRIN e da progetti CNR

interessanti che emergono dalla ricerca sembrano essere per me quelle che mirano ad integrare attività sperimentali con la costruzione-condivisione di modelli e teorie. Le nuove tecnologie possono aiutare nello sperimentare percorsi didattici che, con un approccio fenomenologico, ad acquisire competenze articolate nel campo della fisica, della matematica e della computazione digitale nel progettare e analizzare fenomeni, anche complessi, mettendo alla prova capacità di costruire e correlare sistemi fisici e di modellizzazione e simulazione. In particolare la nostra proposta si basa sulle opportunità offerte dall'uso integrato di sensori e trasduttori in tempo reale, di sistemi programmabili e di simulazione in rete con l'ambizione di far cogliere il significato della formalizzazione matematica del fenomeno studiato. La proposta nasce da alcune assunzioni:

- Un insegnamento efficace della fisica richiede che sia riconosciuto il ruolo giocato dalla costruzione dei modelli interpretativi e matematici sia nelle attività sperimentali sia nello studio delle teorie.
- L'uso mirato delle tecnologie, nuove e mature, può migliorare l'apprendimento e l'insegnamento della fisica se si riflette sul modo in cui possono aiutare a sviluppare, con le specifiche caratteristiche che le contraddistinguono, consapevolezza nell'uso, riconoscimento delle potenzialità e dei vincoli.
- Un'attività didattica che non coinvolga lo studente "da protagonista" in modo che possa mettere in campo la sua esperienza e rivisitarla ha uno scarso impatto sull'apprendimento.

L'obiettivo di questo lavoro di tesi, è quello di contribuire al percorso di ricerca che consenta a docenti, studenti e ricercatori di sviluppare attività didattiche di fisica classica e moderna, arricchendoli con le potenzialità, non ancora pienamente esplorate, delle nuove tecnologie. In particolare questa proposta intende ispirarsi a tutte quelle sperimentazioni didattiche che mettono al centro l'esperienza dello studente offrendo risorse basate sull'uso delle nuove tecnologie che permettono di costruire propri percorsi di esplorazione della fenomenologia con la possibilità e la capacità di scegliere tra strategie diverse per interpretare formalizzare e rappresentare un fenomeno fisico (Balzano, 2007). A questo proposito è lecito chiedersi, in che modo sia possibile progettare dei percorsi di apprendimento scientifico, integrando agli strumenti e apparati didattici tradizionalmente usati nella didattica della fisica, nuovi sistemi e metodologie appropriate che facciano uso del pensiero computazionale e della potenza dei microprocessori.

1.1 Computazione creativa: dal pensiero concreto al pensiero formale

Il tema dell'apprendimento con l'utilizzo dell'elaboratore è stato studiato per la prima volta negli anni 70 da Seymour Papert, un ricercatore "rivoluzionario" del MIT che ha ideato un linguaggio di programmazione, il LOGO², con il quale è stato sperimentato in diversi paesi un nuovo approccio all'apprendimento della matematica e delle scienze: la computazione creativa. Per comprendere il valore pedagogico di questa proposta, occorre riflettere sulle opportunità offerte dagli ambienti LOGO. Integrare pensiero astratto e formale con quello concreto, mobilitando le capacità senso-motorie e l'interattività per compiere con la "tartaruga" ragionamenti tipici del pensiero ipotetico e deduttivo su figure geometriche rappresentati oggetti concreti costruiti cinematicamente con regole da esplorare e scoprire con tentativi ed errori.



Figura 1. Uno studente alla presa con la tartaruga di Papert [].

La computazione creativa e l'utilizzo dell'elaboratore nel processo di apprendimento, significa avere degli strumenti pedagogicamente validi per favorire la capacità di passare dal pensiero **concreto** a quello **astratto** (Papert,1984). In poche parole, l'elaboratore può rendere concreto il formale e viceversa. Ma l'introduzione della tecnologia sul piano educativo, dall'elaboratore ai linguaggi di programmazione, è sempre stata circondata da un alone di scetticismo. *“La frase ‘tecnologia e istruzione’ di solito significa inventare nuovi gadget per insegnare le stesse vecchie cose in una versione sottilmente camuffata dello stesso vecchio modo. Inoltre, se i gadget sono computer, lo stesso vecchio insegnamento diventa incredibilmente più costoso e prevenuto verso le parti più stupide, vale a dire il tipo di apprendimento meccanico in cui è*

² Il linguaggio Logo e la “geometria della tartaruga” sono stati ideati da Papert del MIT nel 1967. Originariamente la “tartaruga” era un robot che si muoveva con i comandi dati da un computer poi fu trasferita sul monitor come strumento grafico per disegnare e creare figure. Figli di Logo sono Starlogo e NetLogo che permettono di lavorare con molti agenti per lo studio di sistemi complessi.

possibile ottenere risultati misurabili trattando i bambini come piccioni in una scatola “(Papert,1972).

Le parole di Papert risultavano rivoluzionarie già in quel periodo, e risuonano tristemente attuali come una critica al sistema scolastico moderno che usa troppo spesso le nuove tecnologie per gli aspetti meno significativi dell'istruzione. Ad esempio capita sempre più frequentemente di vedere classi dove gli alunni interagiscono con una lavagna multimediale tramite i loro smartphone per rispondere a delle domande che l'insegnante sottopone loro. Una tale attività rischia di spostare l'attenzione sull'individuare velocemente la risposta esatta (o sbagliata) e non certamente sui contenuti delle domande e sull'analisi delle risposte. Come questo esempio ce ne sono molti altri in cui le potenzialità degli strumenti tecnologicamente avanzati sono attenuate da un approccio pedagogico tradizionale.

1.2 La spirale creativa dell'apprendimento

Ma perché un insegnante dovrebbe ritenere fondamentale parlare di sviluppo creativo dell'apprendimento? La creatività consiste in un processo mentale e pratico, grazie al quale una persona o un gruppo di persone, dopo aver pensato a nuove idee, riesce concretamente a realizzarle. Si tratta di un processo di sintesi di entrambi queste capacità. Questo concetto richiama l'idea che è alla base del *costruzionismo*, il cui pioniere è stato lo stesso Papert.

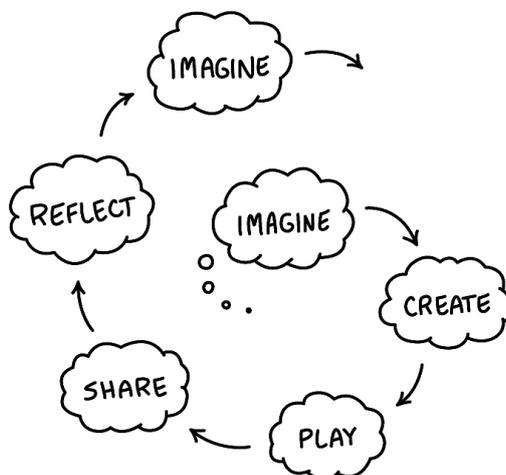


Figura 2. Spirale creativa dell'apprendimento (Resnik,2017).

La filosofia del pensiero costruzionista non si ferma al “fare qualcosa”, come si potrebbe pensare all'apparenza. Il messaggio è che le esperienze di apprendimento reali sono percepite quando le persone sono attivamente coinvolte nel progettare, costruire e creare qualcosa. Tale approccio mette insieme due tipi di “costruzione”, il sapere e il saper fare: mentre i bambini *costruiscono* cose nelle loro mani, essi *creano* nuove idee anche nelle loro menti, che dà loro la motivazione

di *immaginare* altre cose nuove, e così via in un'infinita *spirale creativa dell'apprendimento* (illustrata in figura 2). Tuttavia, lo sviluppo del pensiero creativo, quasi sempre si basa sulle idee di altre persone. Un prototipo di uno strumento potrebbe funzionare abbastanza bene, ma nell'utilizzo potrebbe essere migliorato in modi che non erano scontati o possibili all'inizio. Versioni successive potrebbero essere trasformate in altri usi e avere degli impatti ben oltre l'originale. Si pensi alle prime versioni delle stampanti, di Internet o dei telefoni cellulari e di come gli strumenti si sono evoluti dai coltelli di selce al *Larghe Hadron Collider*.



Figura 3. Un'attività di tinkering computazionale: progettazione e realizzazione di ingranaggi meccanici (Tinkering Studio,2018).

Recenti esperienze di didattica hanno dimostrato che il modello della spirale creativa con l'utilizzo di strumenti digitali (Resnik,2017; Blikstein,2012), quali schede a microprocessore programmabili, linguaggi di programmazione e stampanti 3D, è un approccio efficace per gli studenti di tutte le età. Attività impostate sulla realizzazione di un progetto creativo, hanno evidenziato che le classi possono diventare i nuovi luoghi d'invenzione, confronto e sperimentazione. Con un tale metodo si ha la possibilità di far vivere agli studenti un'esperienza didattica completa, senza separazioni tra teoria e pratica, creando le condizioni per sintetizzare argomenti astratti con quelli esperienziali. Gli studenti, come pensatori creativi, hanno la possibilità di apprendere sviluppando le loro idee, testandole, sperimentandole, prendendo spunto da altri e generandone delle nuove. In questo modo gli studenti sono costantemente coinvolti nella realizzazione dei loro progetti, che possono avere differenti tipi di obiettivi: chi

sviluppa strumenti di misura per esplorare un fenomeno fisico, chi invece progetta strumenti musicali interattivi per sviluppare nuove forme di espressione musicale. Ma il processo di apprendimento è lo stesso in tutti i casi: essi costruiscono, condividono e riflettono su ciò che hanno realizzato. In questo senso la spirale creativa d'apprendimento diventa il motore del pensiero creativo(Resnik,2017).

1.3 La proposta sulla dinamica del corpo rigido e il prototipo realizzato

Dalle riflessioni sviluppate nelle precedenti parti emerge la necessità di rivisitare il modo tradizionale di insegnare la fisica in tutti i livelli dalla scuola all'università puntando sulla motivazione e il protagonismo degli studenti, integrando le nuove tecnologie nella proposta didattica sia nell'insegnamento sia nell'apprendimento. Gli argomenti di fisica da trattare con l'approccio e gli strumenti qui proposti possono essere molto diversi. Noi abbiamo scelto di sviluppare come esempio un prototipo sulla dinamica del corpo rigido da trattare inizialmente a livello universitario, nel seguito cercheremo poi di argomentare come con gli stessi apparati sia possibile lavorare a diversi livelli scolari e in contesti anche informali coinvolgendo in modo attivo insegnanti e studenti. Una delle difficoltà nello studio della dinamica del corpo rigido è legata alla capacità di riconoscere nelle esperienze che si analizzano principi e leggi della fisica e contemporaneamente di cogliere il significato dei modelli e dei formalismi matematici utili nella descrizione di una grande varietà di fenomeni che si incontrano non solo nello studio della teoria ma anche in notevoli applicazioni e nel quotidiano. Tale difficoltà è presente sia nei corsi di fisica generale sia nei corsi più avanzati di meccanica analitica (razionale) (Rahmawati, 2017). Le proposte per la didattica universitaria che abbiamo analizzato si basano sia su dimostrazioni interattive in aula³ sia sull'integrazione di nuove tecnologie per animazioni, simulazioni (Zabunov, 2010) e uso di sensori (Monteiro et al. 2014). Ci sembra tuttavia che nessuna di queste proposte colga la possibilità di potenziare lo studio analitico e fenomenologico mirando allo sviluppo di competenze trasversali e multidisciplinari in fisica, matematica, informatica per lavorare non solo ad una visione unitaria della dinamica del corpo rigido ma anche per esplorare-analizzare molti altri fenomeni con lo stesso approccio. Le possibilità di sviluppo anche in contesti informali sono notevoli. A questo scopo si è scelto di rivisitare l'exhibit scientifico "Bicycle Wheel Gyro" progettato dall'Exploratorium di San Francisco (Hipschman R.,1983).

³8.01x - Lect 24 - Rolling Motion, Gyroscopes, VERY NON-INTUITIVE; https://www.youtube.com/watch?v=XPUuF_dECVI
MIT Physics Demo Bicycle Wheel Gyroscope; <https://www.youtube.com/watch?v=Ujj2O5aLI2s>



Figura 4. Un'esperienza informale dell'exhibit "Bicycle Wheel Gyro", nell'ambito della 29esima edizione di Futuro Remoto.

Dal punto di vista didattico, l'exhibit è un potente strumento pedagogico che permette di rendere evidenti anche gli aspetti più complessi di un fenomeno fisico. L'interazione con l'exhibit permette di attivare non solo la sfera cognitiva ma anche quella emotiva e percettiva consentendo una partecipazione coinvolgente nell'apprendimento. Questo exhibit in particolare, consente, attraverso l'uso di una pedana rotante e di una ruota di bicicletta, di osservare dal punto di vista fenomenologico la conservazione del momento angolare, l'effetto del momento di una forza sull'oggetto in rotazione e il moto di precessione del giroscopio. Il percorso di didattica proposto in chiusura di questo lavoro di tesi (cap.3-4) si pone, quindi, come sfida, quella di rendere l'exhibit ancora più ricco di strumenti, affiancando all'esperienza sensoriale, la modellizzazione virtuale del fenomeno e la programmazione di strumenti di misura che permettono una presa dei dati in tempo reale. Come si è visto in precedenza una proposta educativa che faccia uso di computer e strumenti che interagiscano con l'ambiente (la "tartaruga" di Papert) era già ampiamente sviluppata agli inizi del 1980. Un utilizzo, invece, su larga scala di questi oggetti era limitato dal loro alto costo e dal limitato numero di linguaggi di programmazione a disposizione. Oggi la situazione è radicalmente diversa: dal punto di vista della programmazione in anni recenti grazie agli sforzi della comunità open source sono stati implementati linguaggi di alto livello, come C, C++, o anche Python, grazie ai quali è possibile programmare dispositivi basati su micro-controllori anche da utenti "inesperti". Dal punto di vista dell'hardware gli sviluppi nelle tecniche di fabbricazione oggi permettono la realizzazione su singolo chip di microcontrollori e sensori a bassissimo costo il cui impiego è il cuore di questo lavoro di tesi.

Capitolo 2. Nuovi strumenti per la didattica della fisica

Nel capitolo precedente ci si è chiesti in che modo le nuove tecnologie possano contribuire a migliorare la comprensione di concetti matematici e fisici. In che modo lo smartphone è capace di localizzarci? Quali sono i limiti di densità di bit in un tipico hard disk? Come e quanto velocemente può operare un modem? Queste domande, estremamente attuali, hanno risposte inaspettatamente profonde e sono esempi dei molti modi in cui i dispositivi familiari che rilevano, trasmettono, elaborano, memorizzano e distribuiscono informazioni operano sorprendentemente vicino a concetti di fisica fondamentali (Gershenfeld N.,2000). Un ricevitore palmare GPS, ad esempio, applica correzioni sia speciali che relativistiche alle sue misure di temporizzazione dei segnali provenienti da orologi atomici nei satelliti, al fine di mantenere la precisione globale del tempo di 1 ns. L'effetto transistor e i circuiti integrati sono le tecnologie alla base dei moderni personal computer. I linguaggi di programmazione e le reti sono la struttura computazionale per le applicazioni e i social-media. Data la larga diffusione economica e culturale di queste tecnologie, ci si aspetterebbe che sempre più persone siano in grado di padroneggiare alcuni degli aspetti di fisica e matematica che giocano un ruolo principale nella moderna tecnologia. Sorprendentemente il tipo di background che consente di comprendere o riconoscere le leggi della fisica e la pratica ingegneristica nei dispositivi che quotidianamente usiamo, sembra sempre più difficile da sviluppare. Non riuscendo a mettere in pratica l'addestramento accademico formale con le loro conoscenze pratiche, le persone non vedono le utili applicazioni della fisica fondamentale nei dispositivi che usano. Così è sempre più facile imbattersi con chi accetta acriticamente il principio di funzionamento di un dispositivo o chi persegue con entusiasmo un impossibile progetto fai-da-te. Ciò in parte è dovuto alla tradizionale divisione tra la scienza di base e quella applicata, e in parte dalla mancanza di un'offerta formativa che integri efficacemente le competenze digitali all'insegnamento delle discipline tradizionali.

Allora, dal punto di vista pedagogico, assume un grande valore destrutturare il processo di funzionamento dei dispositivi con l'intento di capire cosa succede all'interno delle "scatole digitali" che quotidianamente maneggiamo. Oggi questo processo di riscoperta è più semplice grazie all'elettronica a basso costo e agli ambienti di programmazione, sempre più facili e intuitivi, che non solo permettono di esplorare il mondo grezzo dell'hi-tech, ma anche di poter programmare e creare dei nuovi dispositivi. Un grande sviluppo in questo senso si riscontra nel

campo della domotica. Con la possibilità del fai-da-te a basso costo e delle risorse culturali accessibili tramite l'*open source* e le licenze *creative commons*, sempre più persone riescono a personalizzare dispositivi già esistenti o a crearne dei nuovi da usare nelle loro case. Le competenze digitali sono sempre più richieste nell'esperienze di vita quotidiana, dal mondo del lavoro alle relazioni interpersonali, e non è più possibile accontentarsi di un loro utilizzo meccanico e passivo. Pertanto diventa molto importante evidenziare la connessione esistente tra le leggi della fisica e i principi di funzionamento dei dispositivi operativi (Gershenfeld N., 2000). Lo scopo di questo capitolo, in linea con la proposta della tesi, è duplice. In primo luogo, si vuole sviluppare familiarità con i processi della fisica che consentono di avere una conoscenza più approfondita della tecnologia in modo da poterla utilizzare criticamente, inquadrandone i limiti delle prestazioni. Questo aiuterà a vedere oltre la tradizionale divisione tra hardware e software e svilupperà un'uguale familiarità con la fisica fondamentale e l'ingegneria. In secondo luogo, si forniranno strumenti innovativi, idee informatiche e strumenti didattici, capaci di ampliare le possibilità di pensare e di apprendere da parte dello studente su questioni anche complesse di fisica, e di arricchire di contenuti e strumenti l'ambiente di apprendimento.

2.1 Apprendere per modelli

Un approccio efficace alla didattica della fisica, come detto, è quello di riprodurre percorsi che permettono agli studenti di avere un ruolo attivo nell'apprendimento. Si deve allora adottare l'idea che bisogna esercitarsi con un processo cognitivo fondamentale per comprendere il pensiero scientifico: la modellizzazione di un fenomeno naturale. L'importanza di questa affermazione deriva dallo studio della pratica scientifica. A tal proposito non si può non citare il lavoro di Newton, che è stato il primo a impegnarsi in un sistematico lavoro di modellizzazione matematica (Hestenes, 1992). Nella prefazione ai suoi *Principia*, Newton osservò che il suo metodo di ricerca si riduceva a questo: *“dai moti dei corpi materiali si deducono le forze, e dalle forze si predicono i loro movimenti”* “L'opinione secondo cui i modelli sono centrali per le applicazioni scientifiche è ampiamente condivisa dai ricercatori. Ma se si vuole insegnare a sviluppare dei modelli bisogna almeno conoscerne le caratteristiche più importanti. Il modello con le sue caratteristiche è una rappresentazione di un sistema, delle sue parti, delle sue proprietà e della sua evoluzione nelle interazioni con altri sistemi (Hestenes D.,1995).

Sebbene ci sia una grande varietà di modelli nella scienza, questi condividono un insieme di fattori comuni:

1. Il primo è quello di schematizzare nomi o icone che rappresentano *parti costitutive e connessioni* del sistema con oggetti nell'ambiente (agenti esterni). Lo schema di sistema può essere specificato da un "organigramma" o con un diagramma;
2. Il secondo passo è rappresentare le proprietà di base del sistema e delle sue parti entro "variabili di proprietà" (o *descrittori*). Le proprietà intrinseche sono rappresentate da descrittori di due tipi: **variabili oggetto** e **variabili di stato**. Le variabili dell'oggetto sono parametri del modello con valori fissi (come massa, carica e tensore d'inerzia in meccanica). Variabili di stato (come posizione e velocità nella meccanica delle particelle) rappresentano proprietà intrinseche che possono cambiare nel tempo. **Variabili di interazione** rappresentano le proprietà delle connessioni. Nei modelli meccanici sono tipicamente forze o potenziali. In altri modelli possono rappresentare flussi di materiale o anche informazioni;
3. La struttura del sistema è specificata dalle **leggi di interazione** che mettono in relazione le variabili. Esempi sono la legge di gravitazione di Newton e l'equazione della legge dei gas perfetti. Si noti che questo concetto di struttura del sistema dipende dall'organizzazione del sistema specificata al punto 1. L'**organizzazione** specifica **quali** oggetti stanno interagendo (connessioni), mentre la **struttura** specifica **come** interagiscono.
4. Il comportamento del sistema (struttura temporale) è specificato dalle **leggi del cambiamento** che riguardano modifica delle variabili di stato in variabili di interazione. Gli esempi sono la seconda legge di Newton nella meccanica delle particelle e le leggi di Eulero per la dinamica rotazionale di un corpo rigido.

Ma la modellizzazione non è un puro processo cognitivo. Infatti, mentre da un lato costruisce rappresentazioni astratte, dall'altro le deve mettere in relazione con sistemi reali. La modellazione inizia spesso con una situazione del mondo reale, che può essere presentata direttamente con l'esperienza o indirettamente nella forma di dati. Dal confronto del sistema reale con il modello, si ottiene la determinazione empirica della validità del modello. Questo processo comporta l'esecuzione di un esperimento e fornisce una validità scientifica alle conclusioni sul sistema e sulle informazioni che ne derivano. Uno dei principali obiettivi della fisica è sviluppare un repertorio di modelli validi che possano, in linea di principio, essere usati, per qualsiasi fenomeno. Lo sviluppo dei modelli come quelli per l'elettrone, semiconduttori e laser, è stata un'impresa lunga e complessa che ha coinvolto il lavoro di teorici e sperimentali. Tuttavia le attività di modellazione, possono essere praticate a vari livelli di complessità, quindi adattabili anche per un gruppo di studenti (Hestenes D., 1995). Tanti studenti imparano a modellare la fisica principalmente dalla risoluzione dei problemi dei libri di testo. Tali esercizi

artificiali spesso portano gli studenti a una visione distorta degli argomenti. Invece, il ruolo dei modelli può essere reso esplicito insegnando agli studenti che la soluzione di un problema richiede la comprensione di un processo, e non è solo un numero o un'equazione. Il modello contiene la risposta a qualsiasi domanda posta nel problema. Dal punto di vista dell'apprendimento-insegnamento il riconoscimento della complessità richiede l'abbandono di modelli lineari di input-output e di causa-effetto. Il conoscere è un sistema complesso, gli oggetti della conoscenza (concetti) si strutturano in modo organizzato, non sono separabili dal contesto e sono in relazione dinamica con altri oggetti (concetti). Quindi il conoscere, anche un singolo concetto (ad esempio in matematica quello di funzione) implica talvolta distinguere, separare, esercitarsi su singoli fatti ma anche e soprattutto correlare, imparare a leggere covarianze, a riconoscere il contesto e il sistema di relazioni/concetti che costruiscono il concetto stesso (Balzano, multirappresentazione).

2.1.1 Il modello bifocale

Tuttavia, modellizzazione teorica ed esperimenti con raccolta dati non sono attività che si trovano insieme durante le lezioni di fisica. Non solo sono applicati separatamente, ma spesso manca un impianto didattico-pedagogico che valorizzi l'analisi delle discrepanze dei dati provenienti da una simulazione virtuale con i dati del mondo reale. Fortunatamente oggi è possibile implementare un approccio didattico con hardware/software economici e adattabili agli studenti di ogni ordine e grado, che consente di studiare un fenomeno confrontando le simulazioni progettate su piattaforme informatiche con i dati presi con sensori. Un tale approccio è definito modello bifocale. La modellazione bifocale, in inglese *"Bifocal Model"* (BM), è un approccio alla pedagogia della scienza che propone agli studenti di costruire e confrontare modelli fisici e virtuali (Blikstein P., Fuhrmann T., 2012).

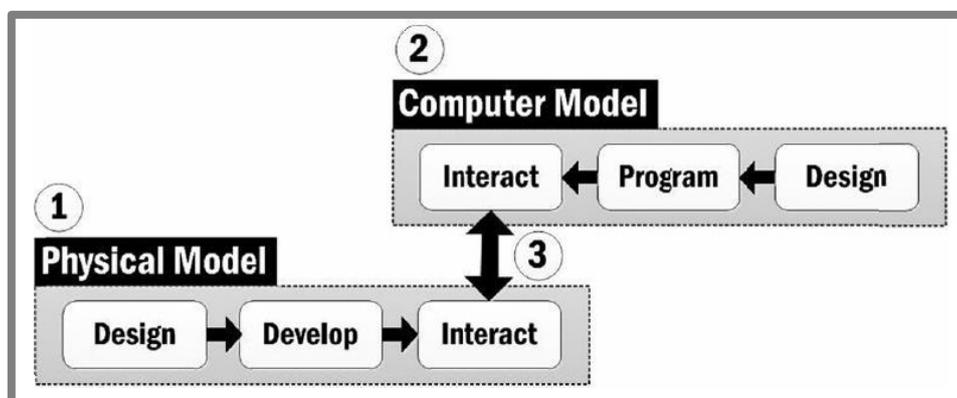


Figura 5. Le fasi del modello bifocale: (1) il modello fisico, (2) il modello virtuale e (3) il confronto [].

Gli studenti, quando creano un modello bifocale, progettano una procedura di misura utilizzando sensori per l'analisi di un dato fenomeno scientifico, e confrontano i risultati con un modello virtuale, dello stesso fenomeno, che implementano sulle piattaforme informatiche. Entrambi possono essere studiati al computer, grazie a un'appropriata interfaccia software/hardware. In questo modo gli studenti si impegnano non solo nella costruzione materiale e virtuale dei modelli, ma dal confronto, possono comprendere meglio il fenomeno analizzando gli aspetti comuni e le differenze.

2.1.2 Programmare per tentativi ed errori

I fisici usano sempre più i linguaggi di programmazione come strumento d'indagine dei loro studi. Recenti ricerche, hanno evidenziato l'importanza di un loro utilizzo anche nella didattica e nei processi di apprendimento. Questi studi hanno evidenziato che gli allievi sono stati in grado di comprendere concetti complessi, in maniera abbastanza semplice, quando hanno potuto interagire con strumenti di calcolo e simulazione virtuale, manipolando e approfondendo lo studio di un fenomeno. Molti studenti sono spesso bloccati nell'atto di imparare perché hanno un modello di apprendimento per cui o "si è capito" o "non si è capito". Ma quando si apprende a programmare, non si riesce quasi mai a ottenere la soluzione giusta al primo tentativo. La questione da porsi riguardo a un programma non è se è giusto o sbagliato, ma se lo si può sistemare, ovvero isolare e correggere i cosiddetti *bugs* (errori). L'uso dei concetti della programmazione come linguaggio descrittivo facilita la ricerca e l'eliminazione degli errori (processo di *debugging*) (Papert, 1976). Ma ci vuole tempo per trovare e eliminare i bugs. Le peggiori condizioni di caccia all'errore si hanno quando molti errori compaiono contemporaneamente. Questo accade a chi non ha sviluppato un proprio controllo consapevole del processo d'apprendimento, non riuscendo ad articolare in moduli la procedura di risoluzione di un problema. Infatti, rappresentare il processo di studio in una forma modulare agevola il processo di debugging e ne accelera l'apprendimento. Sarebbe auspicabile che questa filosofia diventasse un "know-how" del sistema scolastico, dove l'errore è ancora sinonimo di "grave". L'atto di programmare, invece, insegna che gli errori aiutano nel processo di apprendimento perché guidano a indagare ciò che è accaduto, a capire cosa non va e, attraverso la comprensione, a "sistemare" le cose: l'apprendimento avviene principalmente per tentativi ed errori (Papert, 1976).

Per sviluppare l'attitudine alla programmazione e al processo di debugging, esistono dei linguaggi di programmazione, utilizzabili sin dalla scuola primaria, e degli ambienti di sviluppo di simulazione che aiutano lo studente nella strutturazione di un modello come ad esempio

Python, NetLogo, Algodoo e Scratch (scaricabili gratuitamente nei rispettivi siti internet). Queste piattaforme si distinguono per la diversa complessità di utilizzo dell'interfaccia utente e per il grado di difficoltà del fenomeno fisico da studiare, rendendo la simulazione uno strumento di didattica trasversale: NetLogo e Python richiedono una conoscenza approfondita della grammatica della programmazione, mentre Scratch e Algodoo, utilizzano un linguaggio di programmazione a blocchi o grafico, e si adattano per un uso nella scuola primaria e nella scuola secondaria di primo grado.

Guide e manuali riguardanti questi software si trovano a iosa nella comunità *open-source* grazie alle licenze *creative commons*.

L'enfasi sull'uso delle simulazioni in un curriculum di fisica e matematica è motivato da due affermazioni generali. Un tale approccio:

- Coinvolge gli studenti in un'esperienza che è allineata con i tempi e la pratica lavorativa della maggior parte degli scienziati;
- Rende la comprensione di quell'argomento ancora più esplicita.

L'importanza di puntare su questa strada è dovuta al fatto che tramite la programmazione è possibile, non solo creare dei modelli virtuali del fenomeno, ma anche correlare misure di esperimenti progettati dagli stessi studenti realizzati tramite la scrittura di codici per programmare schede a microprocessore e sensori MEMS, oggetti le cui caratteristiche verranno approfondite nei prossimi paragrafi. Le schede a microprocessore programmabili sono, attualmente, gli strumenti che permettono di combinare il mondo virtuale (modellizzazione computazionale e calcolo numerico con le piattaforme informatiche) con il mondo reale (presa dei dati tramite i sensori).

2.2 Realizzazione di misure con tecnologia MEMS

Spesso occorrono sofisticati e costosi dispositivi per effettuare misure di grandezze fisiche. L'elettronica a basso costo consente l'utilizzo di un'ampia vasta di sensori che permettono di realizzare misure di diverse grandezze, e di correlarle per lo studio di sistemi anche complessi. La tecnologia di processo Micro Electro-Mechanical Systems (MEMS) è utilizzata per creare dispositivi o sistemi integrati che combinano componenti meccanici ed elettrici delle dimensioni che variano da pochi micrometri ai millimetri. Questi dispositivi (o sistemi) hanno la capacità di rilevare, controllare e attuare segnali sulla **micro scala** e generare effetti sulla **macro scala** (PRIME Faraday Partnership,2002). Questa tecnologia è stata identificata come una delle più promettenti per il 21esimo secolo e sta rivoluzionando sia i prodotti industriali che i prodotti di

consumo, influenzando definitivamente il nostro modo di vivere. Infatti, la tecnologia MEMS è sviluppata attingendo da un'ampia e diversificata gamma di settori tecnici: dal design, alla fabbricazione di circuito integrato, dall'ingegneria meccanica, alla scienza dei materiali, l'ingegneria elettrica, la chimica, e l'ottica. La natura interdisciplinare dei MEMS si riflette sulla vastità dei campi di applicazioni: possono essere trovati in sistemi che vanno dalle applicazioni automobilistiche, mediche, a quelle elettroniche e delle telecomunicazioni. Ad esempio, sono utilizzati come accelerometri per sensori airbag, testine per stampanti a getto d'inchiostro, unità disco del computer, sensori della pressione sanguigna, interruttori ottici, micro valvole, biosensori e molti altri prodotti (Trusov A., 2011). Questo paragrafo ha lo scopo di introdurre alla tecnologia MEMS evidenziandone le caratteristiche più importanti. In particolare, si farà riferimento, in linea generale, al processo di fabbricazione e di miniaturizzazione. Nell'ultima parte si presenterà la gamma di sensori e attuatori MEMS, con una breve descrizione dei meccanismi di base di rilevamento e attuazione che consentono la rilevazione e l'esecuzione di fenomeni fisici (principio di trasduzione).

2.2.1 Miniaturizzazione e metodi di fabbricazione

La tecnologia MEMS si differenzia da quella elettronica del dispositivo, non solo dal punto di vista della fabbricazione ma anche nelle potenzialità. Infatti, mentre i circuiti integrati sono progettati per sfruttare le proprietà elettriche del silicio, i MEMS prendono vantaggio sia dalle proprietà meccaniche del silicio (*Modulo di Young, Modulo di Taglio, Modulo di Rottura, Durezza di Mohs, Costante di Poisson*) sia da quelle elettriche (*costante dielettrica*). Nella forma più generale, i MEMS sono costituiti da microstrutture meccaniche, microsensori, microattuatori e microelettronica, tutti integrati sullo stesso chip di silicio (PRIME Faraday Partnership, 2002; Trusov A., 2011). Leve, ingranaggi, pistoni, così come motori e persino motori a vapore, sono stati fabbricati con tecnologia MEMS. Un esempio di ingranaggio è mostrato in figura 6.

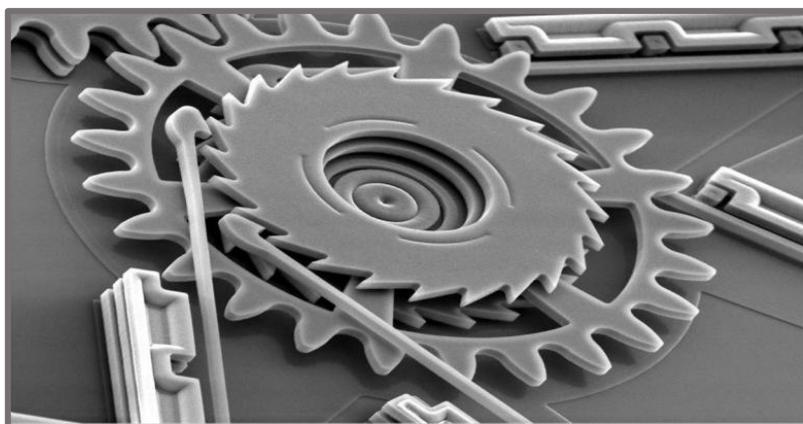


Figura 6. Ingranaggi su scala micrometrica

La miniaturizzazione non riguarda solo la riduzione dei dispositivi esistenti: è il ripensare completamente alla struttura di un microsistema, un processo che progetta dispositivi complessi integrando gli aspetti meccanici con quelli elettrici. Pertanto, per realizzare un dispositivo MEMS di successo, bisogna conoscere gli effetti fisici e quelli di funzionamento su scala micro per comprendere che effetti provocano su una scala macro. Il principio di funzionamento su scala micro è specificato da due componenti: il sensore e l'attuatore.

Il **sensore** è un dispositivo che misura le informazioni che provengono dall'ambiente circostante e fornisce un segnale di uscita elettrica in risposta al parametro che ha misurato. Nel corso degli anni, questa informazione è stata classificata in termini di domini energetici, divisi in questo modo:

- Meccanico: forza, pressione, velocità, accelerazione, posizione;
- Termico: temperatura, entropia, calore, flusso di calore;
- Chimico: concentrazione, composizione, velocità di reazione;
- Radiante: intensità dell'onda elettromagnetica, fase, lunghezza d'onda, polarizzazione riflettanza, indice di rifrazione, trasmittanza;
- Intensità del campo magnetico, densità del flusso, momento magnetico, permeabilità;
- Elettrico: tensione, corrente, carica, resistenza, capacità, polarizzazione.

Un **attuatore** è un dispositivo che converte un segnale elettrico in un'azione. Può generare, ad esempio, una forza per manipolare se stesso, altri dispositivi meccanici o l'ambiente circostante per eseguire alcune funzioni utili. Il principio di funzionamento di questi oggetti sono sintetizzati nel ruolo del **trasduttore**, che è un dispositivo che trasforma una forma di segnale o energia in un'altra forma. Può quindi essere usato per includere sia il ruolo dei sensori che degli attuatori ed è il termine generico e ampiamente usato per definire un MEMS. Quindi su scala micro, i microsensori rilevano i cambiamenti nel sistema misurando fenomeni meccanici, termici, magnetici, chimici o elettromagnetici. La microelettronica processa queste informazioni e segnala ai microattuatori di reagire e creare qualche forma di modifica per l'ambiente. Ma il processo di miniaturizzazione ha delle complicazioni e non sempre la fabbricazione di MEMS ha dei riscontri vantaggiosi in termini di prestazioni, rapporto dimensione/peso, affidabilità e costi. Alcuni di questi problemi includono che su scala micro:

- Le forze elettrostatiche e atomiche sono più significative, questo comporta che l'attrito in alcuni casi è maggiore dell'inerzia;

- La dissipazione del calore è maggiore dell'accumulo e di conseguenza durante il trasporto le proprietà termiche potrebbero avere dei problemi;
- L'integrazione elettro-meccanica è complessa e specifica per dispositivo / dominio energetico. I componenti del sistema potrebbero non miniaturizzarsi in modo comparabile;
- Il confezionamento e il collaudo di dispositivi in miniatura non sono semplici. Il test non è rapido ed è costoso rispetto ai dispositivi integrati tradizionali.

Metodi di fabbricazione. Le tecniche di fabbricazione dei MEMS si dividono in tre classificazioni generali: microlavorazione di bulk, microlavorazione superficiale e microlavorazione ad alto rapporto aspetto (HARM), che include tecnologia come LIGA (Lithography, Electroplating, and Molding) (PRIME Faraday Partnership, 2002; Trusov A., 2011). Queste tecniche fanno uso dell'aggiunta o della sottrazione di due strati dimensionali su un substrato (solitamente silicio) basato su fotolitografia e chimica incisione. Di conseguenza, l'aspetto 3D dei dispositivi MEMS è dovuto al *patterning* e all'interazione dei livelli 2D. Ulteriori strati possono essere aggiunti utilizzando una varietà di film sottile e tecniche di incollaggio e incisioni. La tecnica di base è la **fotolitografia ottica** che prevede la stampa di un circuito sulla superficie di un substrato di silicio. Il substrato è ricoperto da una pellicola sottile di un dielettrico, solitamente diossido di silicio (SiO₂), sul quale viene depositato un sottile strato di un polimero organico (*fotoresist*), che è sensibile alle radiazioni ultraviolette. Una *fotomask*, costituito da una lastra di vetro (trasparente) rivestito con un motivo di cromo (opaco), viene quindi posta a contatto con la superficie rivestita dal *fotoresist*. Il dispositivo stratificato è esposto alla radiazione ultravioletta che trasferisce il pattern sulla maschera del fotoresist. La radiazione provoca una reazione chimica sulle aree esposte del fotoresist che viene poi sviluppato in un modo molto simile al processo utilizzato per lo sviluppo di pellicole fotografiche. Il modello finale di ossido è o una copia positiva o negativa del modello di fotomaschera e funge da maschera per le successive fasi di elaborazione. La tecnologia MEMS diverge dalla tradizionale fabbricazione di circuiti integrati. Nell'elaborazione di dispositivi integrati, il modello di ossido funge da maschera durante il "drogaggio" del dispositivo a strati con impurità (come il boro o fosforo) che alterano la conduzione locale necessaria per i dispositivi microelettronici. In MEMS, l'ossido funge da maschera successiva per ulteriori incisioni chimiche aggiuntive, creando pozzi 3D più profondi (*microlavorazione di bulk*) o nuovi livelli su cui costruire ulteriori strati (*microlavorazione superficiale*), ottenendo un risultato complessivo di struttura 3D del dispositivo. Come già detto il materiale di substrato più comune per la microlavorazione è il silicio. Ha avuto successo nell'industria della

microelettronica e continuerà ad averne nelle aree della miniaturizzazione, per diversi motivi. Seppur altri semiconduttori cristallini tra cui germanio (Ge) e arseniuro di gallio (GaAs) sono utilizzati come materiali di substrato, il silicio si distingue da altri semiconduttori in quanto può essere facilmente ossidato per formare uno strato superficiale elettricamente isolante e chimicamente inerte al vapore acqueo di SiO₂ (PRIME Faraday Partnership, 2002; Trusov A., 2011). La struttura cristallina omogenea del silicio gli conferisce le proprietà elettriche necessarie per i circuiti microelettronici, ma ha anche proprietà meccaniche notevoli. Infatti, nonostante abbia lo stesso tipo di struttura cristallina del diamante, ma i legami interatomici più deboli, resta comunque più duro della maggior parte dei metalli. Inoltre, è sorprendentemente resistente a stress meccanico, con un limite elastico più alto dell'acciaio sia in trazione sia in compressione. Inoltre l'orientamento cristallino del silicio è importante nella fabbricazione dei dispositivi MEMS perché alcuni degli acidi utilizzati attaccano il cristallo a velocità diverse in diverse direzioni.

2.2.2 Il meccanismo di trasduzione

Microsensori e microattuatori sono il centro di un dispositivo MEMS e insieme sono definiti trasduttori, che sono essenzialmente dispositivi che convertono una forma di energia in un'altra. Infatti i MEMS sono categorizzati in base al tipo di trasduzione che compiono (ad esempio termico, chimico, magnetico, meccanico). Questa sezione si concentra sulla descrizione della trasduzione meccanica, con una breve descrizione dei meccanismi di rilevamento e azionamento di base. C'è un'enorme varietà di sensori meccanici diretti. Si distinguono in base al loro meccanismo di rilevamento (solitamente piezoresistivo, piezoelettrico e capacitivo) e ai parametri rilevati (tipicamente sforzo, forza e spostamento).

Meccanismo Di Rilevamento

Sensori piezoresistivi: Come risultato dell'effetto piezoresistivo (definito come il cambiamento di resistività del materiale con sforzo applicato), i cambiamenti in dimensioni determinano variazioni proporzionali della resistenza nel sensore. L'effetto piezoresistivo nei semiconduttori è considerevolmente superiore rispetto a quello tradizionale dei metalli, rendendo il silicio un eccellente sensore di deformazione. I piezoresistori MEMS sono fabbricati usando silicio sfuso drogato con impurità di tipo *p* o *n*.

Sensori piezoelettrici: I sensori piezoelettrici utilizzano l'effetto piezoelettrico in cui uno sforzo applicato (o forza) sul cristallo piezoelettrico produce una differenza di potenziale attraverso il cristallo. Allo stesso modo, se il cristallo è soggetto a una differenza di potenziale, viene

prodotto uno spostamento o una deformazione. L'effetto può essere usato per rilevare lo stress meccanico (cioè spostamento) e come meccanismo di attuazione, sebbene gli spostamenti sono piccoli, anche per tensioni elevate. Materiali piezoelettrici comuni usati per le applicazioni MEMS comprendono quarzo, piombo zirconato titanato (PZT), e poli-vinilidene fluoruro (PVDF) che sono i più comuni. Da notare che il silicio non è piezoelettrico: un film sottile di un materiale adatto deve essere depositato sui dispositivi.

Sensori capacitivi: Il rilevamento capacitivo (o elettrostatico) è uno dei più importanti, diffusi, e ampiamente utilizzati, meccanismi di precisione di rilevamento e include una o più piastre di conduzione **fisse** con uno o più piastre conduttrici **mobili**. Il rilevamento capacitivo si basa sul condensatore di piastre parallele descritto dall'equazione mostrata sotto. Poiché la capacità è inversamente proporzionale alla distanza tra le piastre, il rilevamento di spostamenti molto piccoli è estremamente preciso:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r A}{d}$$

dove ϵ_0 (pari a $8,8 \times 10^{-12} \text{ Fm}^{-1}$) è la permittività del vuoto, ϵ_r la permittività relativa del materiale tra le piastre, A è la superficie dei piatti e d la distanza tra i piatti.

Parametri Rilevati

Estensimetro: è uno strumento di misura utilizzato per rilevare piccole deformazioni di un corpo sottoposto a sollecitazioni meccaniche o termiche (es. applicazione di carichi o variazioni di temperatura). Conoscendo a priori le caratteristiche meccanico/fisiche del materiale, misurando le deformazioni si possono facilmente ricavare i carichi a cui il materiale è sottoposto. Inoltre, utilizzando estensimetri di giusta tipologia e applicandoli in modo oculato, possono rilevare la direzione e il verso di queste deformazioni, e di conseguenza dei carichi presenti nel materiale sotto esame. Un esempio di un sensore di deformazione che non può essere fabbricato se non con metodo MEMS è l'estensimetro piezoresistivo impiantabile per misurare le forze nel cuore e nel tessuto cerebrale.

Accelerometro: gli accelerometri percepiscono l'accelerazione utilizzando una massa a prova di sospensione su cui può agire l'accelerazione esterna. In caso di accelerazione a (o decelerazione), viene generata una forza $F = m \times a$ sulla massa di prova m con conseguente spostamento. La forza o lo spostamento vengono solitamente misurati con metodi piezoresistivi e/o capacitivi.

Giroscopio: un giroscopio è un dispositivo che misura la velocità di rotazione e rileva il movimento angolare inerziale. Di conseguenza, può essere trovato, ad esempio, nelle applicazioni di trasporto, navigazione e missilistica. Si basa sulla misurazione della forza di

Coriolis su un corpo rotante. I giroscopi MEMS utilizzano tipicamente le strutture vibranti a causa della difficoltà di microlavorazione delle parti rotanti con una massa sufficientemente utile. I meccanismi di trasduzione di accelerazioni e velocità angolari verranno approfonditi nel prossimo capitolo.

Pressione: i sensori di pressione MEMS sono solitamente basati su membrane sottili con gas sigillati o cavità riempite con vuoto su un lato della membrana e la pressione da misurare sull'altro lato. Misura della deformazione della membrana piezoresistiva e capacitiva sono le tecniche più comunemente utilizzate nei sensori di pressione commerciali.

2.2.3 Misure di grandezze fisiche

Il compito di almeno una gran parte dei fisici è progettare esperimenti che hanno come scopo la misura di una certa grandezza fisica. A tale scopo l'utilizzo dei sensori MEMS come strumenti di didattica ha un duplice valore: consentono di sviluppare degli strumenti di misura per lo studio di fenomeni e permettono di approfondire i principi di funzionamento e i limiti di azione dei dispositivi tecnologici in cui sono installati, sviluppando un uso critico del loro utilizzo. Di seguito sono riportate una serie di esempi di misure che è possibile realizzare con i vari sensori.

Misura di tensioni: questo tipo di misurazione può essere utile per tutti quei trasduttori il cui segnale di uscita è una tensione. Usando questa tecnica si può facilmente misurare, ad esempio, la costante di tempo di un circuito RC(<https://ludusrusso.cc/2017/01/04/un-laboratorio-di-fisica-con-arduino-e-python/>).

Misura di distanze: la distanza è un tipo di misurazione molto semplice. Tuttavia, trasformare una distanza in una tensione non è così semplice. Fortunatamente la tecnologia MEMS ha immesso sul mercato sensori economici, che permettono una tale operazione. La maggior parte di questi dispositivi utilizza le onde sonore. Nello specifico sono onde sonore ultrasoniche, cioè il suono con lunghezza d'onda molto corta. Le onde sonore viaggiano nell'aria a velocità costante di circa $v_s = 331$ m/s. I sensori ultrasonici sono composti da un altoparlante e un microfono: l'altoparlante produce un treno di onde che rimbalza indietro ogni volta che incontra un qualsiasi ostacolo.

In alternativa alle termocoppie, sul mercato si trovano dispositivi integrati che possono eseguire misurazioni più accurate, molto più facilmente. Ad esempio, il sensore LM35 (illustrato in figura 8), è un dispositivo con tre pin: due per alimentazione e uno che legge come ingresso analogico una misura molto precisa della temperatura del corpo del sensore. Rispetto alle termocoppie, il grande vantaggio è che non ha bisogno di essere calibrato (anche se è buona pratica controllare sempre la calibrazione misurando alcune temperature di riferimento come quelle del ghiaccio e acqua bollente). D'altra parte, non è adattabile agli ambienti estremi (non è possibile immergerlo in acqua, ad esempio, senza protezione) e produce un po' di calore, aumentando così l'errore sistematico delle misure.

Misure di luce: la luce può essere rilevata in diversi modi. Ci sono sensori integrati che forniscono misure precise dell'intensità della luce e della lunghezza d'onda della luce. Tuttavia la misurazione della luce più semplice viene fatta con il fotodiode.



Figura 9. Fotodiode.

Questo dispositivo fornisce una corrente la cui intensità è proporzionale all'intensità della luce rilevata. Facendo passare questa corrente in un resistore è possibile convertirla in una tensione che può essere letta da un processore.

Misure di campo magnetico: Ci sono vari modi per misurare il campo magnetico. Può essere misurato usando le sonde Hall, che forniscono una tensione in uscita proporzionale al campo magnetico lungo la direzione del loro lato. Oppure un'altra possibilità è usare sonde magneto-resistive, che sfruttano l'effetto magneto-resistivo, che consiste nella variazione della resistività elettrica di alcuni materiali quando immersi in un campo magnetico.



Figura 10. Sensore per la misura dell'intensità del campo magnetico

Molte bussole digitali utilizzano questo tipo di sensori. Un esempio di tale sensore è la bussola digitale Digilent-PmodCMPS: un dispositivo in grado di misurare l'intensità di un campo magnetico nel range di 8 G, con una risoluzione di fino a 2 mG su tre assi reciprocamente perpendicolari.

Misure di accelerazione e velocità angolari: un sensore di moto inerziale è un dispositivo in grado di rilevare la sua accelerazione e la sua velocità angolare fornendo un segnale elettrico proporzionale a essa. Nella maggior parte degli smartphone moderni, i sensori rivelano quando il dispositivo viene ruotato nelle vari direzioni. Questa capacità è dovuta all'unità di misura inerziale (IMU), che misura le accelerazione lungo tre direzioni reciprocamente perpendicolari e gli angoli di Eulero rispetto al riferimento del dispositivo. A volte i dispositivi IMU sono dotati anche di magnetometri per misurare le componenti del campo magnetico. Dal punto di vista commerciale è possibile trovare dispositivi IMU a partire da pochi euro fino a raggiungere centinaia di euro per dispositivi che offrono sensibilità e prestazioni per progetti ingegneristici come quelli aereospaziali.



Figura 11. Sensore di unità inerziale.

2.3 Progettazione di esperimenti con schede programmabili a microprocessore

Le schede di sviluppo sono dei micro-computer montati su una *board* di dimensioni che non superano quelle di una carta di credito e pesano a partire da qualche decina di grammo (figura 11). Sono economiche e commercialmente disponibili a basso costo. Sono tutte caratterizzate da un microcontrollore e capacità di input/output, grazie alle quali è possibile controllare molti dispositivi diversi, sia digitali che analogici (Organtini G., 2016), tra cui i sensori MEMS. Il nucleo delle schede è un chip microcontrollore che è in realtà un computer a n bit (generalmente $n=8$). Prima di usare una scheda bisogna caricare sulla sua memoria un programma eseguibile, cioè una sequenza di bit, la prima della quale è interpretata come una dichiarazione ed eseguita. Una volta accesa, la CPU carica un byte in una posizione di memoria predefinita e lo interpreta come una dichiarazione. Una volta eseguito il compito di una dichiarazione, la CPU carica il byte successivo nella memoria e lo interpreta come una nuova dichiarazione e così via. Quello che esegue è interpretato in base al contenuto di tale byte.

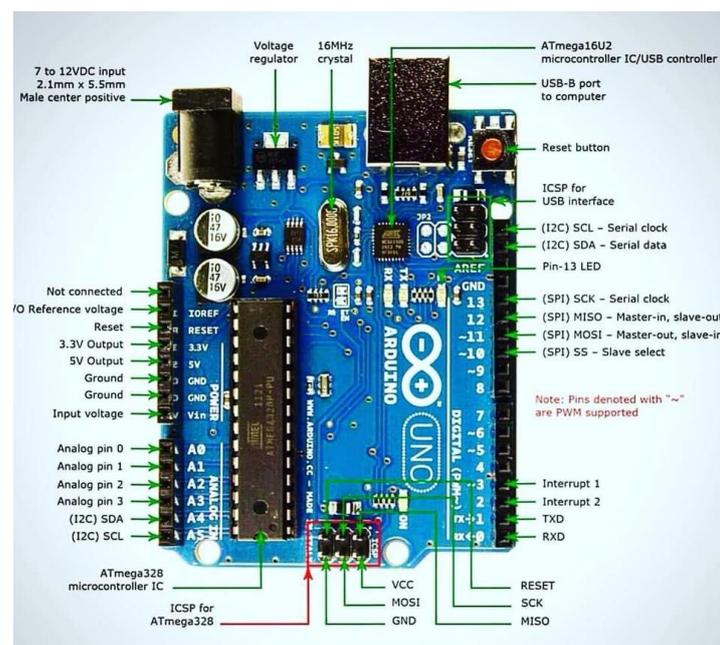


Figura 12. Un esempio di scheda a microprocessore programmabili low-cost: "Arduino Uno".

Quando si spegne la scheda, il programma non va perduto. La sequenza di byte caricati in memoria viene conservata in una memoria non volatile, in modo da consentire il suo riavvio a nuova accensione.

Contrariamente ai familiari sistemi operativi dei personal computer, su questi microcontrollori l'utilizzo delle risorse e della memoria è completamente sotto il controllo e la responsabilità del programmatore. Se si esaurisce la memoria o si tenta di accedere a una posizione di memoria non esistente, il programma potrebbe comportarsi in modo strano ed è molto difficile eseguire il *debug*. La memoria delle schede è di tre tipi: una memoria flash, in cui è memorizzato il programma; una memoria ad accesso casuale statica (SRAM), in cui la CPU memorizza e manipola le variabili utilizzate nel programma; e una memoria di sola lettura cancellabile (EEPROM), in cui il programmatore può memorizzare i dati che devono sopravvivere allo *switch*. Rispetto ai computer moderni, che spesso portano fino a pochi GB di memoria, la capacità totale della memoria raggiunge le centinaia di KB. Sembra poco, ma in realtà è abbastanza per la maggior parte degli scopi (Organtini G., 2016). Il tempo per il funzionamento della CPU è fornito da un orologio da qualche MHz, mentre la potenza può essere fornita tramite un jack di alimentazione dedicato o tramite la sua porta USB, che oltre a fornire l'alimentazione permette la comunicazione seriale. Per l'accensione, le schede richiedono una tensione di ingresso tra 7 e 12 V quindi è sufficiente un alimentatore economico. La tensione di uscita è regolata tra 5 V e 3,3 V che limita l'utente a un utilizzo massimo della corrente di 50 mA.

2.3.1 Ambienti di sviluppo integrato e capacità di input/output

IDE (Integrated Development Environment)

Come detto, un programma per una scheda di sviluppo è, come qualsiasi altro programma per una CPU, una sequenza di bit in linguaggio macchina. Per rendere più semplice la vita di un programmatore, sono stati sviluppati gli IDE (Integrated Development Environment), liberamente disponibili sui siti Web dei team sviluppatori, che appare all'utente, come molte altre applicazioni informatiche, uno strumento con un menu e alcune finestre. In linea di massima un ambiente di sviluppo integrato è formato da diversi componenti – è proprio questa la ragione per la quale si parla di ambiente “integrato” – e cioè un *editor* di codice sorgente, un *debugger*, uno strumento di *building* automatico, un compilatore e un monitor seriale per la visualizzazione dell'esecuzione del programma. L'editor di codice sorgente è usato per modificare il programma. Una volta scritto il programma, il **compilatore** è un software che compila, cioè traduce il codice sorgente in codice oggetto: o, per essere più comprensibili, fa sì che le istruzioni scritte nel linguaggio sorgente possano essere convertite in istruzioni in un altro linguaggio di programmazione, che prende il nome di linguaggio oggetto. In genere la traduzione del compilatore fa in modo che si passi da un linguaggio di alto livello, come possono

essere per esempio Basic, Pascal, C, C++ a un linguaggio di basso livello, e quindi un linguaggio macchina. La compilazione si articola in vari step, che vanno dall'analisi lessicale al pre-processamento, proseguendo con l'analisi sintattica, l'analisi semantica, la generazione del codice e l'ottimizzazione del codice. Una volta compilato, il programma eseguibile può essere trasferito nella memoria della scheda attraverso comunicazione seriale tramite il cavo USB. L'esecuzione inizia non appena il trasferimento termina.

Capacità Di Input/Output

L'utilizzo principale di queste schede programmabili risiede nella loro capacità di input/output che avviene tramite i pin digitali e quelli analogici. Gli ingressi **analogici**, forniscono una risoluzione di 10 bit, cioè convertono qualsiasi tensione da 0 a 5 V in un numero compreso tra 0 e 1023 che può essere accesso nella memoria. La conversione da analogico a digitale avviene tramite una Analog-to-Digital Converter (ADC). Un pin **digitale** è una connessione elettrica che può avere due stati logici: 1 e 0, o vero e falso. Quando messo a zero, il pin corrispondente è al potenziale di terra. Se il pin è impostato su uno, la tensione è alla massima tensione della scheda, in generale vale 5 Volts. I pin digitali svolgono vari ruoli: alcuni sono utilizzati per la trasmissione e la ricezione seriale, altri possono anche essere usati come interrupt. Un interrupt è un segnale elettrico che interrompe il programma CPU corrente al verificarsi di un determinato evento. Alcuni pin digitali hanno la capacità di essere PWM (Pulse Width Modulation) e forniscono alcune capacità analogiche. Per dire a una scheda come trattare un **pin digitale**, è obbligatorio impostarne la modalità che può essere di due tipi: INPUT e OUTPUT. Un pin di input è un pin a cui è possibile assegnare un valore (HIGH o LOW) e, corrispondentemente, si ottiene una tensione sul pin. È quindi possibile mandare al pin stabilito un qualsiasi segnale elettrico la cui ampiezza sia compresa tra 0 e 5 V. I pin di output digitali forniscono un segnale di 0 o 5 V, in base al loro **stato**. Per impostare uno **stato** si assegna un valore di HIGH o LOW. In quest'ultimo caso si trova 0 V sul connettore corrispondente, mentre nel caso opposto, si legge 5 V. Con un pin digitale, quindi, è possibile accendere e spegnere qualsiasi dispositivo che richiede una tensione di 5 V (o inferiore). Ad esempio, è possibile accendere e spegnere un LED. Basta connettere l'anodo del LED (zampetta più lunga) al pin di input, stato HIGH, e il suo catodo sul pin di "terra", solitamente indicato con GND. Su esecuzione del programma il LED si accende o si spegne. Nella comunità open-source questo esempio rappresenta il primo passo per la programmazione delle schede a microprocessore. Il circuito del LED è mostrato in figura 12.

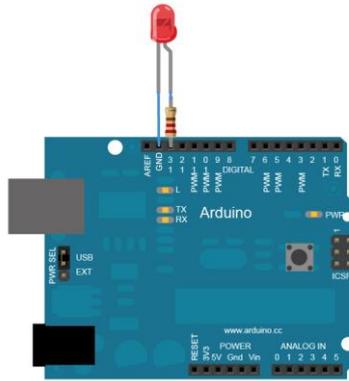


Figura 13. Schema circuitale per l'accensione di un LED.

Per semplificare le connessioni è possibile utilizzare una *breadboard*: una tavola con una serie di fori collegati elettricamente lungo determinate linee. La figura mostra lo stesso circuito usando una *breadboard*.

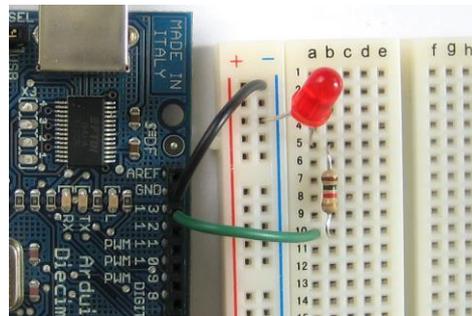


Figura 14. Schema circuitale per l'accensione di un LED con l'utilizzo di una bassetta millefori.

Capitolo 3. Progettazione di una proposta didattica sul corpo rigido

In questo capitolo sarà mostrato una proposta di un percorso didattico che integra le idee e gli strumenti sviluppati nei capitoli precedenti. L'attività didattica proposta rappresenta una sperimentazione che insiste sui seguenti punti:

1. Studio interattivo del modello teorico necessario per la descrizione del fenomeno;
2. Utilizzo di schede a microprocessore e sensori compatibili con le grandezze fisiche da misurare per la realizzazione di un esperimento;
3. Programmazione di codici per la calibrazione dei sensori e delle schede a microprocessore e la modellizzazione del fenomeno fisico.

Abbiamo voluto mettere in pratica un prototipo di attività riguardante i fenomeni di rotazione dei corpi, rivedendo l'approccio e l'organizzazione dei contenuti didattici e arricchendo l'esperienza con l'utilizzo del corpo, degli aspetti emotivi e del materiale tecnologico. A tale scopo si è scelto di rivisitare l'exhibit scientifico "*Bicycle Wheel Gyro*" progettato dall'Exploratorium di San Francisco (Hipschman R.,1983). Dal punto di vista didattico, l'exhibit è un potente strumento pedagogico che permette di rendere evidenti anche gli aspetti più complessi di un fenomeno fisico. L'interazione con l'exhibit permette di attivare non solo la sfera cognitiva ma anche quella emotiva e percettiva della persona, consentendo una partecipazione totale all'esperienza di apprendimento. L'utilizzo didattico del solo exhibit rischia però di essere un'esperienza solo qualitativa. Il percorso proposto, si pone, invece come sfida, quella di rendere l'attività ancora più ricca di strumenti didattici, affiancando all'esperienza sensoriale, la modellizzazione virtuale del fenomeno e la programmazione di strumenti di misura che permettono una presa dei dati in tempo reale. Nel proseguo di questo capitolo verranno descritti gli elementi di teoria, il processo di funzionamento dell'hardware e lo sviluppo dell'ambiente di acquisizione dati utili per la proposta dell'esperienza didattica.

3.1 L'importanza del corpo nello studio del moto

Lo studio del moto rappresenta un ambito particolarmente fecondo per riflettere sulla possibilità di costruire in modo integrato competenze nel campo della fisica e della matematica. Del resto concetti cruciali di matematica e fisica (geometria, analisi, fisica classica e moderna) sono stati storicamente sviluppati per lo studio del moto e poi decontestualizzati e generalizzati, conservando con alterazioni semantiche significati e concetti che evocano il moto. Ma non è tanto la ricostruzione storica che qui ci interessa sviluppare. Piuttosto ci interessa sottolineare la

base “biologica” ed evolutiva della percezione e dello studio del movimento per cercare di capire come sviluppare una didattica della matematica e della fisica che aiuti le persone a comprendere innanzitutto facendo leva su ciò che naturalmente sappiamo e sappiamo fare già da piccoli (Balzano, 2007). Solo in questo modo la mediazione didattica può diventare efficace: la rivisitazione cognitiva, l’elaborazione condivisa delle rappresentazioni mentali “naturali” del movimento controllate e descritte con concetti fisico-matematici via via più sofisticati permetteranno di costruire quelle competenze formali fondamentali per l’educazione scientifica. Sinteticamente ci sembra che le considerazioni su cui riflettere per progettare percorsi didattici sul moto siano quelle che seguono:

a) il movimento dà forma al linguaggio, anche negli adulti e il lattante apprende dalla coerenza delle azioni e dei movimenti i principi di causalità e di sequenzialità che sono alla base della struttura del linguaggio;

b) gli studi sulla “permanenza dell’oggetto” con i neonati mostrano che esiste anche in età precoce uno schema della realtà che include la posizione (per oggetti fermi) e la traiettoria (per oggetti in movimento). Questa capacità spaziale predomina all’inizio su quella “figurativa”, solo dopo i 12-15 mesi il neonato si stupisce della sostituzione di un oggetto;

c) la traiettoria ha quindi una materialità (e un significato) particolare per noi. Ovviamente ciò non avviene per le leggi orarie, grafici di velocità e accelerazioni che richiedono lo sviluppo di concetti e quindi del linguaggio fisico – matematico. D’altro canto questa materialità che associamo alle curve è ben presente nel linguaggio della matematica (la pendenza, la ripidità, ecc.) nelle operazioni che facciamo (nel disegnare, la curva è la traiettoria...). Ed è interessante notare che queste “interferenze” possono presentarsi come difficoltà “percettive” quando chiediamo a una persona di riprodurre un grafico cinematico con salite e discese – è infatti istintivo saltare- poi si capisce che la curva non è un traiettoria – o nell’interpretare figure da libri di testo o da software (Balzano, 2007).

Quindi, come aiutare le persone a comprendere? Come valorizzare la naturale familiarità che abbiamo con il movimento? Spunti e suggerimenti dalla ricerca didattica (della fisica e della matematica) possono ovviamente essere decisivi per migliorare il lavoro dell’insegnante. Soprattutto quando fanno riferimento a sperimentazioni di nuove strategie. Una didattica miope pretende infatti di introdurre il moto attraverso le classificazioni standard che risentono della gradualità nello sviluppo del formalismo. Il percorso tipico (si pensi ai nostri Licei) è: moto rettilineo, moto rettilineo uniforme, moto rettilineo uniformemente accelerato, moto vario ... moto in due dimensioni (parabolico, circolare uniforme). Ed è chiara la coerenza del percorso dal punto di vista dei concetti concatenati che si intendono presentare (grandezze vettoriali,

composizione del moto, legame con le forze, ecc.). L'errore che a nostro avviso si commette è quello di presentare, così come per altri ambiti, una fenomenologia sistematizzata che permetta di costruire mattone su mattone edifici che si reggono. Ma, come è noto, i nostri modi di apprendere difficilmente possono aderire alle stesse sequenze basate su un coerenza che può essere condivisa solo quando abbiamo capito quali sono le regole del gioco. Negli esempi illustrati nei successivi paragrafi, cercheremo di offrire alcuni utili spunti a partire da esperienze didattiche che svolgiamo da anni con studenti e insegnanti di tutti i livelli scolari. In particolare, faremo riferimento all'uso di apparati che impiegano in modo innovativo le nuove tecnologie.

3.1.1 Descrizione dell'esperienza dell' exhibit

Per la preparazione dell'attività si è fatto uso di una piattaforma rotante progettata da L. Prandtl per la casa produttrice tedesca di materiale per la didattica *Leybold*, e una ruota di bicicletta artigianale con supporto di due maniglie. Il disco rotante è costituito da un piano di raggio r pari a 450 mm, supportato da cuscinetti a sfera e poggia su un robusto treppiede che facilita la rotazione attorno al suo asse verticale. Il treppiede è dotato di viti di livellamento per una regolazione orizzontale esatta. È consigliabile fissare uno sgabello sul piatto rotante, poiché per molti esperimenti c'è il rischio che lo sperimentatore perda l'equilibrio.

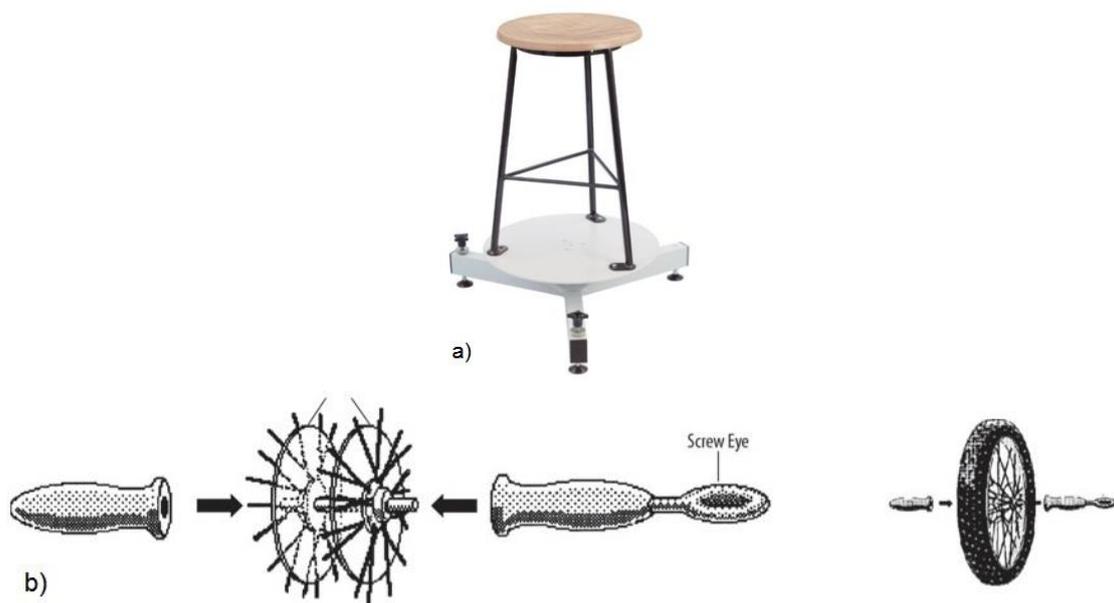


Figura 15. Gli strumenti dell'exhibit: a) la pedana, lo sgabello e b) la ruota di bicicletta.

Questo apparato è uno strumento versatile e istruttivo per dimostrare i principi del moto rotatorio. Il vantaggio speciale degli esperimenti con il disco rotante è la partecipazione diretta dello sperimentatore nell'esecuzione degli esperimenti nei movimenti rotatori. Questi risultati

sperimentali diretti possono essere utilizzati con grande vantaggio per dare un'impressione delle nozioni di angolo, velocità angolare e tangenziale, accelerazione angolare e centripeta, momento angolare e d'inerzia. Tanti sono gli esperimenti che è possibile realizzare, sia con la ruota che senza. Di seguito proponiamo una breve descrizione di alcuni di essi:

Esperimento della pedana a corpo libero

- a) Una persona in piedi sulla piattaforma a cui è stata data dall'esterno una rotazione iniziale ridurrà la sua velocità angolare se aumenta il suo momento di inerzia estendendo le sue braccia. Questo effetto diventa più chiaro se prende due pesi nelle sue mani e poi stende le braccia. Conviene iniziare questo esperimento avendo le mani lungo i propri fianchi (momento di inerzia minore), altrimenti l'aumento della velocità angolare potrebbe diventare pericoloso.
- b) Seduti sullo sgabello in rotazione, se si prova a spingere la propria mano in avanti perpendicolarmente mentre si tiene un peso di 2 kg di massa, si percepisce una spinta verso un lato che dipende dal verso di rotazione, dovuta alla forza di "Coriolis". La forza di "Coriolis" si avverte sui corpi in un sistema di riferimento non inerziale, e poiché la pedana in rotazione fa parte di questa categoria di sistemi di riferimento, è un ottimo modo per approcciare al tema delle forze apparenti.
- c) Oscillando le braccia in un piano orizzontale, si può "controllare" la direzione di rotazione dello sgabello. Se durante la rotazione lo sperimentatore sposta le proprie braccia nel piano verticale, il sistema sgabello + pedana esegue una rotazione continua attorno al proprio asse.

Esperimenti della pedana con l'utilizzo della ruota di bicicletta

Molto d'effetto sono gli esperimenti sulla conservazione del momento angolare quando lo sperimentatore utilizza la ruota di bicicletta. Lo sperimentatore in piedi sulla piattaforma mantiene la ruota ferma con l'asse in posizione verticale. Quindi, dall'esterno, è fatta girare la ruota imprimendo un momento angolare. Lo sperimentatore, lo sgabello e la piattaforma ricevono un momento angolare in modulo uguale e di verso opposto. Naturalmente la velocità angolare del sistema persona + sgabello è molto minore di quella della ruota di bicicletta, a causa del loro maggiore momento d'inerzia.

Se invece si consegna la ruota di bicicletta già in rotazione allo sperimentatore sulla pedana, lo sgabello e la persona non si muoveranno. Se poi lo sperimentatore inverte l'asse della ruota di bicicletta di 180° , il doppio del momento angolare di quest'ultimo è trasferito alla persona e allo sgabello. Quando si gira il giroscopio nella posizione iniziale, la persona e lo sgabello si fermano di nuovo. Formalizziamo quest'ultima esperienza:

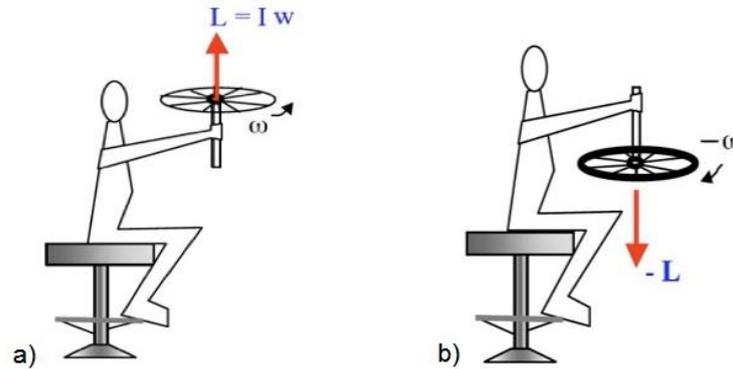


Figura 16. Bicycle Wheel Gyro: conservazione del momento angolare.

Consideriamo il sistema mostrato in figura 16, uno studente seduto su uno sgabello rotante. Inizialmente fermo, sostiene una ruota di bicicletta in moto con velocità angolare ω . Lo studente, all'istante $t + \Delta t$ gira l'asse della ruota di 180° . Tutto il sistema studente + sgabello + ruota prende a ruotare in senso antiorario con velocità angolare Ω . Vediamo perché e calcoliamo Ω .

Dato che il sistema è isolato, cioè la somma dei momenti delle forze esterne è nullo ($\vec{M}_{ext} = 0$), ne consegue che $\vec{L}_S = cost$. Calcoliamo il momento angolare del sistema all'istante t , prima che l'asse venga girato, e all'istante $t + \Delta t$, dopo che è stato girato.

All'istante t il momento angolare del sistema è pari al momento angolare della ruota, poiché studente e sgabello sono fermi (figura 16a). Allora il momento angolare della ruota è il prodotto del momento di inerzia della ruota e della velocità angolare della ruota relativa all'asse principale:

$$\vec{L}_R = I_R \vec{\omega}$$

Il momento angolare dello sgabello + studente è nullo

$$\vec{L}_{SS} = 0$$

Quindi, il momento totale del sistema all'istante t vale:

$$\vec{L}_{sistema} = \vec{L}_R + \vec{L}_{SS} = I_R \vec{\omega}$$

All'istante $t + \Delta t$, dopo che lo sperimentatore ha invertito l'asse della ruota di 180° (figura 16b), tutto il sistema inizia a ruotare.

Il momento angolare della ruota vale:

$$\vec{L}_R = -\vec{L}_{sistema}$$

Il momento angolare totale del sistema deve sempre conservarsi. Da questa considerazione riusciamo a determinare il momento angolare del sistema sgabello + studente:

$$\vec{L}_{sistema} = \vec{L}_R + \vec{L}_{SS} = -\vec{L}_{sistema} + \vec{L}_{SS}$$

da cui si ricava:

$$\vec{L}_{SS} = 2\vec{L}_{sistema} = 2I_R\vec{\omega}$$

Ovvero:

$$\vec{\Omega}_{SS} = \frac{2I_R\vec{\omega}}{I_{SS}}$$

dove I_{SS} rappresenta il momento d'inerzia del sistema sgabello studente + ruota rispetto all'asse verticale attorno a cui ruota lo sgabello. Il fenomeno può essere analizzato suddividendo il sistema studente-sgabello + ruota nei due sottosistemi: studente-sgabello e ruota. In questo caso i due sottosistemi non sono isolati. Nel girare l'asse della ruota, lo studente esercita un momento di forza, $\vec{\tau}_{SS}$, sulla ruota, e, a sua volta, per il principio di azione e reazione, la ruota esercita un momento, $\vec{\tau}_R$ uguale e contrario sullo studente costringendolo a ruotare. Secondo questa trattazione $\vec{\tau}_{SS}$ e $\vec{\tau}_R$ sono momenti esterni, cioè prodotti da un sottosistema sull'altro. Nella trattazione precedente le forze esercitate dallo studente sull'asse della ruota sono forze interne che non hanno alcuna influenza sul momento angolare del sistema, perché secondo l'equazione fondamentale della dinamica dei sistemi:

$$\vec{\tau}_{festerne} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

3.1.2 Alcune difficoltà didattiche

La teoria su cui si basa questo divertente esperimento non è banale. La comprensione dei fenomeni sopradescritti presuppone una conoscenza completa degli strumenti matematici e della teoria in generale riguardanti il fenomeno delle rotazioni. Partendo dall'analisi di alcune delle difficoltà didattiche, faremo vedere, attraverso una serie di esempi, com'è possibile sviluppare un percorso didattico che si estende dalla cinematica rotazionale del punto materiale fino allo studio delle equazioni del moto di un corpo rigido, ripassando quindi una buona parte della fisica che si incontra nella pratica dell'exhibit.

La cinematica del moto circolare su un piano viene di solito spiegata molto rapidamente a causa del suo ovvio parallelismo con il moto rettilineo (Arons, 1992). Questa scelta è appropriata per gli studenti che hanno imparato a padroneggiare davvero i concetti e le formule della cinematica rettilinea. Ma, dal momento che non tutti sono subito in grado di cogliere questa somiglianza, è spesso utile ritornare sui concetti di base che possono aiutare lo sviluppo intuitivo del ragionamento. Le difficoltà che possono causare confusione nella mente di uno studente di fisica sono tante, ma per il momento ne analizzeremo solo alcune:

1) Innanzitutto l'incontro con un nuovo set di variabili, le coordinate polari, possono essere una novità per molti studenti. Anche se già incontrate negli studi di matematica, non sempre si ha il tempo sufficiente per associarle alla rappresentazione di eventi reali, e deve essere dato loro il modo di assimilare le connessioni fisiche di questo uso. Ad esempio, è molto importante comprendere come le posizioni angolari, analogamente alle posizioni sulla retta reale, possono rappresentare spostamenti dell'oggetto in movimento, avendo cura di approfondire il significato dei segni positivi e negativi per gli spostamenti, le velocità e le accelerazioni angolari (Arons, 1992).

2) Un altro livello di difficoltà è quello del ragionamento aritmetico che collega lo spostamento angolare allo spostamento lineare lungo l'arco di circonferenza, la velocità angolare alla velocità tangenziale, e l'accelerazione angolare all'accelerazione tangenziale. Questo ragionamento coinvolge non solo la comprensione della misura di un angolo in radianti, ma anche la percezione del motivo per cui il modulo della velocità tangenziale istantanea è numericamente uguale alla lunghezza dell'arco che verrebbe descritto in un secondo se la velocità angolare rimanesse costante (Arons, 1992).

3) Ultima, ma non meno importante, le difficoltà frequenti che gli studenti mostrano con il calcolo delle frazioni. Coloro che non hanno acquisito una padronanza in questo campo quando giungono a contatto con la cinematica rotazionale hanno problemi molto grossi con le semplici relazioni tra velocità angolare, periodo di rivoluzione e frequenza. Nella risoluzione dei problemi essi sostituiscono automaticamente i numeri dati nelle formule, sperando di arrivare alla risposta che viene fornita alla fine del libro. Non avendo alcun altro sistema di riferimento, essi considerano di aver assolto i loro compiti quando arrivano alla risposta e non si accorgono di non aver capito nulla dell'analisi del problema.

Dal moto rettilineo al moto circolare

Questo percorso non vuole perdersi nel dettaglio della formalizzazione e della dimostrazione ma rappresenta, piuttosto, il filo di Arianna che da un lato può guidare gli studenti per il superamento delle difficoltà di apprendimento, e dall'altro supporta gli insegnanti nel facilitare la spiegazione di fenomeni fisici non banali. Una possibile progressione didattica che parte dalla cinematica rotazionale del punto materiale e arrivi alla descrizione delle equazioni del moto del corpo rigido, deve iniziare dal concetto di angolo. La cinematica rotazionale studia le variazioni angolari della posizione nel tempo. L'angolo cambia con il tempo e così come si parla di posizione e di velocità in una dimensione, possiamo parlare di posizione angolare e di velocità angolare in un piano. Come detto, vi è una forte corrispondenza tra la rotazione bidimensionale e lo spostamento unidimensionale, in cui quasi tutte le quantità hanno il loro analogo. In primo

luogo abbiamo l'angolo θ che definisce di quanto il corpo ha ruotato; questo rimpiazza la distanza $r(x, y, z)$ che definisce il tratto di spostamento lineare. Allo stesso modo la velocità di rotazione $\omega = d\theta/dt$, che esprime l'entità della variazione dell'angolo nel tempo, ha il suo analogo in $v = ds/dt$, che descrive la velocità di un corpo su una distanza che esso percorre. Maggiore è la velocità angolare, più in fretta ruota l'oggetto, più rapida è la variazione dell'angolo. Possiamo andare oltre: derivando la velocità angolare rispetto al tempo, definiamo $\alpha = d\omega / dt = d^2 \theta / dt^2$ l'accelerazione angolare, mentre derivando la velocità lineare ricaviamo $a = dv/dt$. Analogamente a prima, maggiore è l'accelerazione angolare, più rapida è la variazione di ω . Dal nostro punto di vista, per sviluppare la padronanza delle relazioni cinematiche, è molto efficace preparare un'esperienza reale dove è ben chiara la relazione tra moto rettilineo e moto circolare. Un esempio concreto particolarmente utile è fornito dall'esperienza del volano.

3.1.3 L'esperienza didattica del volano

L'esperienza del volano è l'esperienza attorno alla quale abbiamo sviluppato questa proposta didattica. Nel capitolo 4 sarà spiegato nel dettaglio l'esperimento, per il momento ci atteniamo alla descrizione del fenomeno. Gli oggetti necessari per implementare tale esperienza sono un'asta lunga 150 cm la quale ha un estremo in un treppiede dotato di viti di livellamento per una regolazione orizzontale esatta, mentre sull'altro estremo una base rettangolare permette, tramite delle viti di supporto, di fissare l'asse di un disco metallico, vincolato a ruotare intorno a un asse fisso orizzontale. Sul disco è fissato un altro disco di raggio r (puleggia) intorno al quale è avvolto un filo inestensibile e di massa trascurabile.

Cinematica del volano

Senza considerare le forze in gioco, questa semplice esperienza è molto utile per ricordare il moto circolare e moto rettilineo. Infatti, se inizialmente con il filo avvolto attorno alla puleggia, si lascia cadere il peso, la ruota accelera uniformemente con accelerazione angolare $\vec{\alpha}$. Dall'assunzione di filo inestensibile e di massa trascurabile, la velocità angolare della ruota di bicicletta, la velocità lineare del peso e la sua accelerazione sono legati dalla relazione:

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{v}}{r}$$

Per le accelerazioni vale:

$$\alpha = \frac{d|\vec{\omega}|}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{a}{r}$$

È possibile, quindi, confrontare tra loro i parametri e le equazioni che rappresentano rispettivamente i due moti unidirezionali (quello angolare e quello rettilineo) osservati.

Se invece la configurazione del set sperimentale prevede il peso vicino al suolo, e al disco viene impressa una rotazione iniziale ω_0 , il disco decelererà mentre il peso sale, passa per la situazione in cui la velocità istantanea è nulla $v = 0$, inverte il suo moto, aumentando la sua velocità mentre il peso cade. Molti studenti non si accorgono che, in questo caso, il comportamento della ruota è identico a quello di una palla lanciata verticalmente verso l'alto, e devono, quindi, essere guidati a esprimere tale collegamento.

Leve e momenti

Prima di introdurre gli aspetti dinamici del sistema fisico che stiamo trattando, è necessario introdurre alcuni aspetti che riguardano il modello di corpo rigido. Il corpo rigido può avere un moto molto complicato, e in appendice A è presente un approfondimento, e perciò bisogna partire dagli aspetti più semplici. Partiamo dalla rotazione attorno a un asse fisso, il che significa non considerare per il momento la definizione di traslazione del centro di massa, ma affrontare lo studio della rotazione che avviene su un piano perpendicolare a tale asse. Per raggiungere questo scopo dobbiamo introdurre una nuova grandezza fisica e, per non perdere di efficacia daremo prima "l'idea" e poi il "nome". Facciamo riferimento a un'esperienza didattica precedente degli studenti, con il problema sull'equilibrio di una leva. Partiamo dalla condizione di equilibrio di una leva di primo genere:

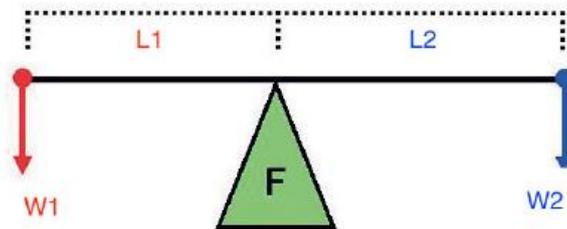


Figura 17. Leve e momenti per l'introduzione del concetto di momento

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{L_2}{L_1} \text{ oppure } \frac{L_1}{W_2} = \frac{L_2}{W_1}$$

dove W_i sono le forze peso applicate agli estremi della leva, e L_i sono il braccio di ciascuna leva. A questo punto si fa notare che la condizione di equilibrio nella forma di rapporti rimescola le forze e i bracci delle leve; dopodiché si chiede di esprimere le condizioni di equilibrio in modo tale che gli stessi pedici siano a un unico membro dell'equazione; si è ora in grado di dedurre la formula:

$$W_1 L_1 = W_2 L_2$$

Con questa espressione le due quantità ai due estremi dell'equazione possono essere considerate come la misura di un "effetto di rotazione". Infatti, se viene reso maggiore il membro di sinistra, il sistema esce dall'equilibrio e ruota in senso antiorario, mentre se si cambia il verso della disuguaglianza il sistema ruota in senso orario.

A questo punto è possibile introdurre, modulando la distanza del peso dal fulcro, il termine "braccio di una forza applicata" e, si possono esaminare alcune situazioni in cui a una leva siano applicate spinte e trazioni da parte di forze diverse da un corpo appeso, sottolineando che all'inizio la forza applicata è perpendicolare al raggio della leva. Come dovrebbe essere calcolato l'effetto di rotazione quando la forza e il braccio non sono perpendicolari tra loro? È possibile scomporre la forza applicata in componenti, una parallela e una perpendicolare al braccio della leva, e poi esaminare l'effetto di ciascun componente. A mio avviso, questa è un'occasione per riprendere, in un contesto nuovo, il calcolo vettoriale. Questo sviluppo concreto e relativamente semplice prepara la strada per una trattazione successiva del momento come prodotto vettoriale e come responsabile della variazione del momento angolare, rendendo più comprensibili a molti studenti queste ultime generalizzazioni astratte. Introduciamo ora la nozione di momento angolare:

"Come la forza esterna è la rapidità di variazione di una quantità \mathbf{p} , che chiamiamo quantità di moto totale dell'insieme di particelle, così il momento torcente è la rapidità di variazione di una quantità \mathbf{L} , che chiamiamo momento della quantità di moto (o angolare) del sistema" (Feynman). Richiamando l'analogia fra le quantità lineari e le quantità angolari, è possibile abbozzare a uno schema di confronto come riportato di seguito:

<i>Moti lineari</i>	<i>Moti rotazionali</i>
$\mathbf{p} = m\mathbf{v}$	$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$
$\mathbf{F} = m(d\mathbf{v}/dt)$	$\mathbf{M} = d\mathbf{L}/dt$

Possiamo ora introdurre le seguenti espressioni per il momento angolare e il momento di inerzia di un corpo:

$$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\omega}$$

$$I = \sum_i m_i r_i^2$$

Le ultime due equazioni ci dicono che un corpo presenta inerzia alla rotazione e che questa dipende non soltanto dalle masse, ma da quanto esse sono lontane dall'asse. Così, se abbiamo due oggetti della stessa massa, quando poniamo le masse lontane dall'asse, l'inerzia di rotazione sarà più grande. Questo è facilmente dimostrabile, come abbiamo già fatto riferimento all'inizio di questo capitolo, con uno sgabello rotante sul quale è seduta una persona che impugna due manubri di stessa massa m . Se le masse m sono vicine all'asse, il corpo accelera con una certa rapidità. Ma quando cambiamo il momento di inerzia, ad esempio allontanandolo dall'asse, allora notiamo che il corpo rallenta. Perché accade questo?

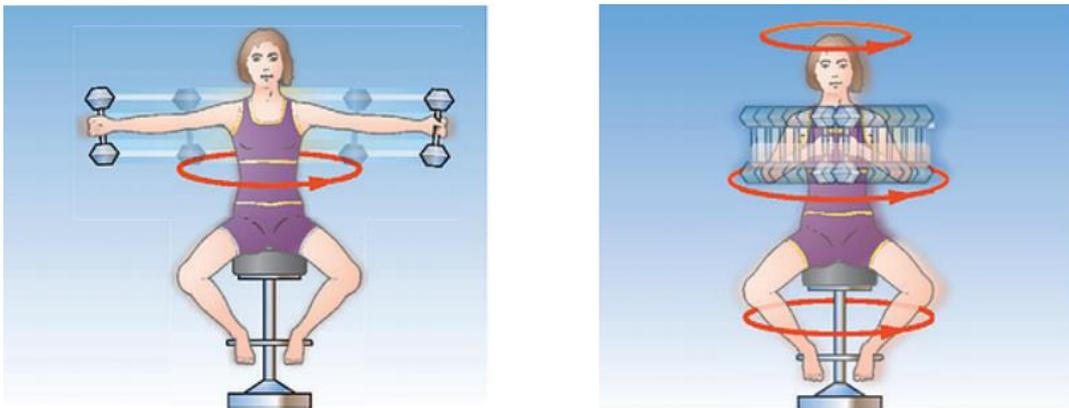


Figura 18. Conservazione del momento angolare.

Inizialmente ruotavamo con un grande momento di inerzia I_1 a una bassa velocità angolare w_1 e il momento della quantità di moto era I_1w_1 . Poi abbiamo cambiato il nostro momento di inerzia ritirando le braccia, portandolo diciamo, a un valore minore I_2 . Allora il prodotto Iw , è diventato I_2w_2 , perché il momento della quantità di moto deve rimanere costante. Così $I_2w_2 = I_1w_1$. Cioè se riduciamo il momento di inerzia, dobbiamo aumentare la velocità angolare. Questa esperienza, che può sembrare quasi magia, è dovuto alla conservazione del momento angolare. Siamo ora pronti per affrontare dal punto di vista dinamico, il problema del volano.

Dinamica del volano

Dal punto di vista della dinamica, l'esperienza permette di scrivere l'equazione delle forze per il peso di massa m e l'equazione della dinamica per il disco metallico. Le forze applicate al sistema fisico sono:

- sulla massa che scende srotolando il filo:
 1. la forza di gravità di modulo $P = mg$;
 2. la tensione del filo di modulo T' , in verso opposto alla forza peso;

3. la forza F_v dovuta all'attrito viscoso dell'ambiente entro cui il pesetto si muove;

➤ sul disco metallico:

1. la tensione del filo di modulo T , nello stesso verso della forza di gravità;

2. le forze di attrito radente e volvente che si esercitano tra le superficie delle parti del sistema in moto relativo reciproco. Sia M_r il loro momento resistente;

3. la forza dovuta all'attrito viscoso tra le superficie del sistema in movimento e l'ambiente stesso. Sia M_v il momento resistente relativo;

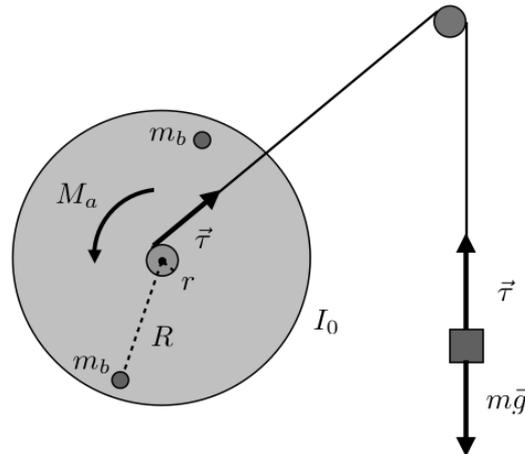


Figura 19. Esperienza didattica della dinamica del volano.

Possiamo dunque impostare le equazioni scalari del moto della massa m e della ruota di bicicletta:

$$\begin{cases} ma = mg - T' - F'_v \\ Tr - M_r - M_v = I \frac{d\omega}{dt} \end{cases}$$

Prima di procedere alla sua risoluzione è possibile fare delle assunzioni semplificative:

- Distribuzione di massa a simmetria cilindrica → il baricentro del volano giace sull'asse di rotazione;
- Massa del filo trascurabile rispetto alla massa del volano e alla massa m in caduta libera → il momento motore, dovuto alla forza di gravità agente sul peso (di modulo mgr), è costante.
- Filo inestensibile, totalmente aderente alla filettatura della puleggia → velocità relativa tra filo e filettatura al distacco nulla.
- Un sistema di riferimento opportuno è quello che ha per origine il baricentro del volano e

un asse coincidente con il suo asse di simmetria. Tutti i momenti polari, delle forze e della quantità di moto, saranno riferiti al baricentro che ha velocità nulla.

- $T' = T$, dall'assunzione di filo inestensibile e di massa trascurabile.

Questa esperienza, oltre che essere un riferimento per una visione unica dei fenomeni che coinvolgono la dinamica del punto materiale, la dinamica del corpo rigido, il moto uniformemente accelerato, il moto circolare accelerato e la trattazione degli attriti, è stata utilizzata per la determinazione del momento di inerzia assiale I_R di una ruota di bicicletta con l'utilizzo dei MEMS, delle schede a microprocessore e dei vantaggi della rete wireless.

3.2 Sensori di moto inerziale con tecnologia *sensor fusion*

La scelta della tecnologia MEMS, e quindi del trasduttore, è dettata dalla grandezza fisica che si intende misurare. Nel nostro caso abbiamo scelto la tipologia dei sensori di moto inerziali. I **sensori di movimento** sono una classe di dispositivi che reagiscono o percepiscono i parametri fisici del movimento, ovvero l'accelerazione, la velocità o la distanza. I **sensori inerziali** sono una classe speciale di dispositivi di moto che reagisce al movimento del sensore stesso. Inoltre, i sensori di movimento possono misurare indirettamente il movimento tramite i cambiamenti del campo magnetico, o cambiamenti di pressione. Un tipico cellulare di fascia alta include giroscopi, accelerometri, sensori magnetici e sensori di pressione per rilevare il movimento del dispositivo [1]. La tecnologia *sensor fusion*, invece, è il metodo per ricavare una singola stima ad alta precisione dell'orientamento o della posizione del dispositivo, combinando l'uscita di vari sensori. Gli algoritmi matematici alla base della fusione dei sensori sono complessi e non sono trattati in questo lavoro di tesi. Vediamo, attraverso uno studio delle sue caratteristiche, quali possono essere le applicazioni di un sensore di moto.

3.2.1 Micro Processor Unit (MPU)-6050

Il sensore di moto integrato che è stato usato per la proposta didattica è l'unità micro processore della InvenSense (MPU) 6050, micro-fabbricato su una scheda di silicio insieme a un regolatore di tensione, che permette un'alimentazione di 3.3 Volts o 5 Volts, e dei resistori pull-up con un valore di 2.2k Ω messe sulle linee che si occupano del trasferimento dei dati: la SDA (Serial Data Line) e la SCL (Serial Clock Line). Sulla scheda sono saldati dei connettori, e oltre ai due relativi al trasferimento dei dati (pin SDA e pin SCL), dall'immagine in figura 20, dall'alto verso il basso troviamo: il pin di tensione corrente continua (Vcc), il pin di massa (Ground), i pin XDA e XCL relativi alla possibilità di collegare altri dispositivi, il pin AD0 e il pin INT che è il pin di interrupt (InvenSense Inc., 2013).



Figura 20. Sensore con microprocessore MPU-6050.

Il microprocessore occupa lo spazio centrale della scheda ed è costituito, come rappresentato in figura 21, dai seguenti blocchi e funzioni:

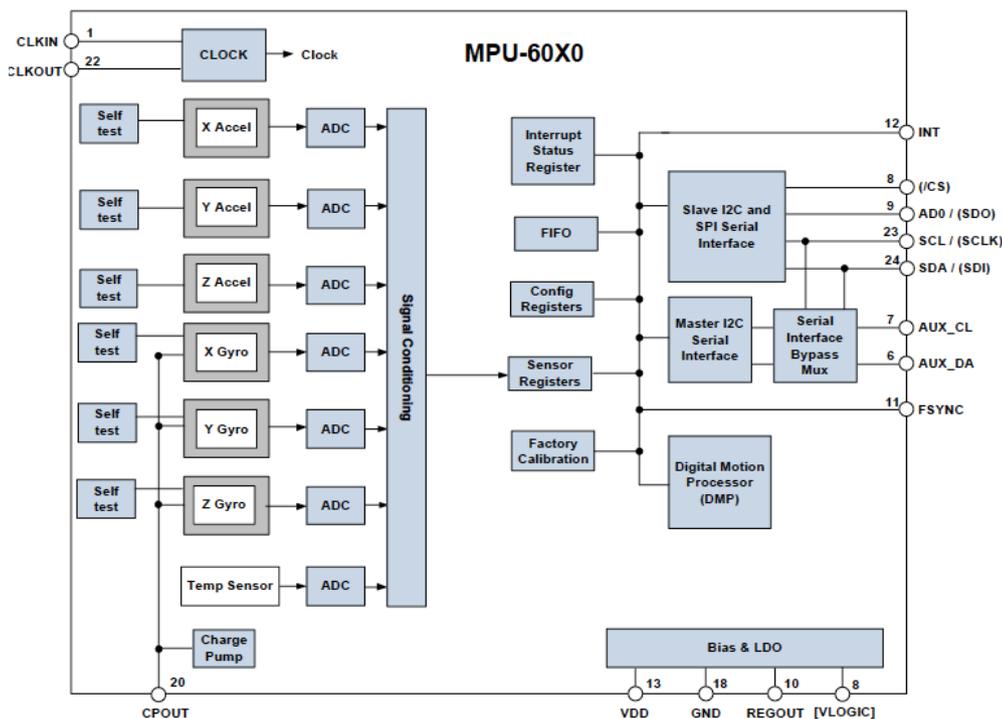


Figura 21. Schema circuitale del microprocessore

- Sensore giroscopico MEMS a tre assi con convertitori analogico digitali (ADC) a 16 bit;
- Sensore accelerometro MEMS a tre assi con convertitori analogico digitali (ADC) a 16 bit;
- Output digitale del sensore di temperatura;
- Registro dei dati del sensore;
- First In First Out (FIFO) ;
- Digital Motion Processor (DMP);
- Auxiliary I2C serial interface for 3rd party magnetometer & other sensors ;
- Clocking;
- Interrupts;
- Giroscopio e Accelerometro self-test.

L'MPU-6050 dispone di tre convertitori analogico-digitali (ADC) a 16 bit lungo una terna ortogonale ($\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$, $\hat{\psi}$) per la digitalizzazione delle uscite del giroscopio, e di tre ADC a 16 bit per la digitalizzazione delle uscite dell'accelerometro lungo un'altra terna ortogonale (A_x , A_y , A_z), potendo acquisire fino a sei gradi di libertà contemporaneamente e la comunicazione con tutti i registri del dispositivo avviene usando il protocollo I²C nella modalità fast mode 400 kHz (1 dato ogni 25 μ s)

L'utilizzo per fini didattici del sensore in questo lavoro di tesi, ci ha portato a concentrare la nostra attenzione, piuttosto che sui dettagli elettronici e le specifiche tecniche del dispositivo, informazioni che si trovano sui *data sheet* del sensore, sull'approfondire il suo valore didattico, facendo riferimento in particolare a due aspetti:

- 1) Il principio fisico di trasduzione dell'accelerometro e del giroscopio;
- 2) Procedure di analisi, trasferimento e raccolta di dati sperimentali per lo studio del moto.

3.3 Principio fisico di trasduzione

Accelerometro

L'accelerometro integrato nel MPU-6050 è di tipo capacitivo ed è costituito principalmente da una microstruttura mobile (massa di prova) collegata a un sistema di sospensioni meccaniche e quindi a un telaio di riferimento. Il condensatore è formato da piastre mobili e da piastre esterne fisse. Se più coppie di condensatori sono mantenute a 90 gradi l'una dall'altra, è possibile progettare un accelerometro a 2 o 3 assi. La miniaturizzazione è rappresentata in fig. 22.

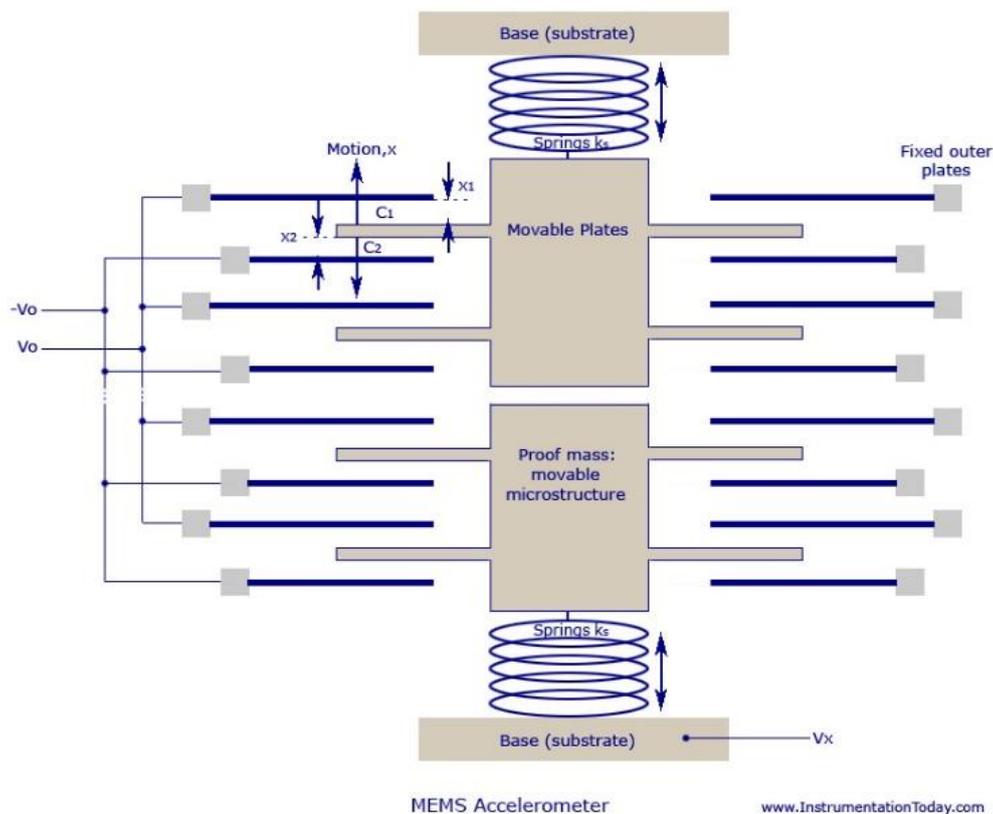


Figura 22. Scheda circuitale dell'accelerometro.

Quando viene applicata l'accelerazione, la massa di prova si sposta. Di conseguenza si produce una capacità tra le piastre esterne mobili e fisse. Il dispositivo non cambia i valori in base ai materiali di base utilizzati e dipende solo dal valore capacitivo che si verifica a causa del

cambiamento di distanza tra le piastre. Se due piastre di area A sono mantenute parallele l'una all'altra e separate da una distanza d , e se ϵ è la permittività del materiale di separazione, allora la capacità prodotta può essere scritta come

$$C_0 = \epsilon_0 \epsilon A / d = \epsilon A / d$$

$$\epsilon A = \epsilon_0 \epsilon A$$

Una variazione nei valori di ϵ , A o d aiuterà a trovare il cambiamento di capacità e quindi aiuterà nel funzionamento del trasduttore MEMS (Grahn E.,2017). I valori dell'accelerometro dipendono principalmente dal cambiamento dei valori di d o A . Quando viene applicata l'accelerazione, la distanza tra le due piastre diventa rispettivamente di x_1 e x_2 e risultano essere una funzione della capacità prodotta. Riferendoci alla figura 22 tutti i condensatori superiori sono cablati in parallelo per produrre una capacità complessiva C_1 e quelli inferiori producono una capacità complessiva di C_2 . Se V_x è la tensione di uscita della massa di prova e V_0 è la tensione di uscita prodotta tra le piastre, allora:

$$(V_x + V_0)C_1 + (V_x - V_0)C_2 = 0$$

Possiamo anche scrivere

$$V_x = V_0 \left[\frac{(C_2 - C_1)}{(C_2 + C_1)} \right] = (x / d) V_0 \quad \text{con } x = x_1 + x_2$$

La figura seguente mostra il circuito utilizzato per calcolare l'accelerazione, attraverso il cambiamento della distanza tra le piastre del condensatore. Anche l'output ottenuto per diversi valori di accelerazione è visualizzato graficamente.

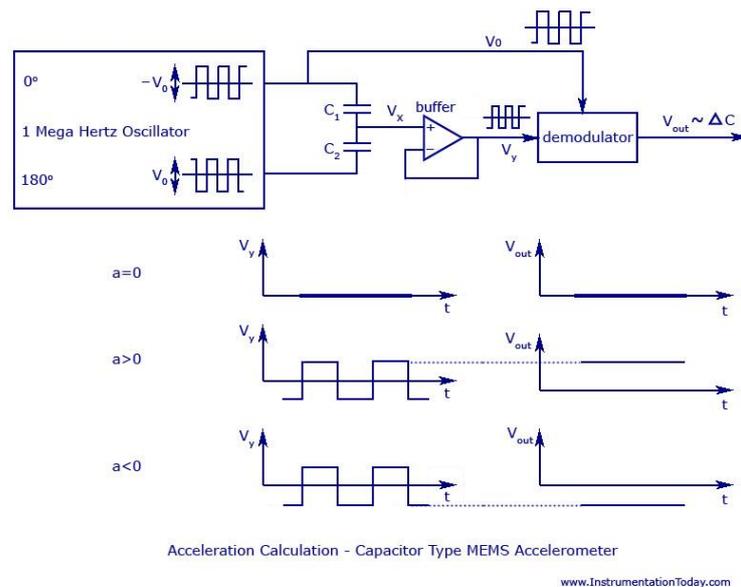


Figura 23. Trasmissione del segnale analogico del trasduttore.

Se non viene fornita alcuna accelerazione ($a = 0$), la tensione di uscita sarà zero. Quando viene data l'accelerazione, ad esempio ($a > 0$), il valore di V_x cambia in proporzione al valore di V_0 . Quando viene data una decelerazione, ad esempio ($a < 0$), i segnali V_x e V_y diventano negativi. Il demodulatore produce un'uscita uguale al segno dell'accelerazione, poiché moltiplica sia i valori di V_y che V_0 per produrre V_{OUT} , che ha il segno di accelerazione corretto e l'ampiezza corretta. L'ordine di grandezza delle quantità è molto piccolo. La massa di prova pesa non più di 0,1 microgrammi (μg) e la capacità di uscita è di circa $20 \mu\text{F}$ e la distanza della piastra non è superiore a 1,3 micrometri (μm).

Giroscopio

Il principio di funzionamento di un giroscopio sfrutta la forza di Coriolis e può essere spiegato secondo il seguente modello semplificato.

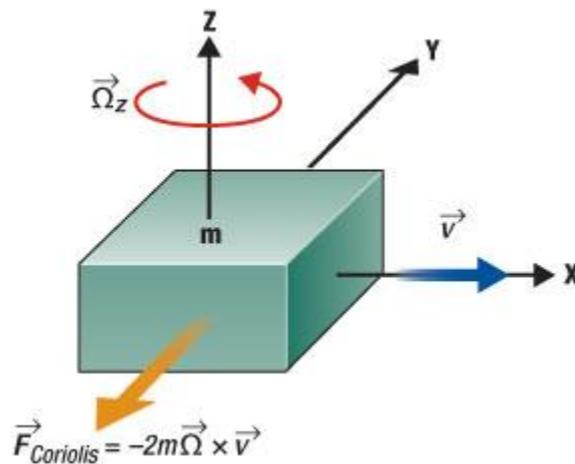


Figura 24. L'effetto Coriolis sulla massa di prova del sensore

Il modello si basa su una massa di prova legata a un telaio per mezzo di molle elastiche, in modo che possa vibrare sul piano X-Y. I due possibili modi di vibrazione ortogonali sono solitamente indicati come modalità *drive* e modalità *sense* (Zurich Instruments, 2015). Le modalità sono accoppiate dalla forza di Coriolis. Per comprendere meglio il concetto possiamo considerare per una rotazione attorno all'asse z con una velocità angolare $\boldsymbol{\Omega} = \Omega_z \hat{k}$, una massa di prova nel piano X-Y che si muove lungo le due direzioni con velocità rispettivamente v_x e v_y provocata da una forza meccanica f_x e f_y . Lungo ciascun asse, allora la massa è soggetta a un'accelerazione di Coriolis uguale e opposta pari $a_x \hat{i} = 2v_y \hat{j} \wedge \Omega_z \hat{k}$ lungo l'asse X, mentre $a_y \hat{j} = -2v_x \hat{i} \wedge \Omega_z \hat{k}$ lungo l'asse Y.

È possibile approssimare la massa di prova come un oscillatore armonico con due gradi di libertà (modalità *drive* e *sense*). Un insieme semplificato di equazioni differenziali per il movimento della massa vibrante nel sistema di riferimento rotante è dato da:

$$\text{asse X: } Mx'' + D_x x' + K_x x = f_x + 2M\Omega y'$$

$$\text{asse Y: } My'' + D_y y' + K_y y = f_y - 2M\Omega x'$$

dove x e y sono gli spostamenti dei modi *drive* e *sense*, D_x e D_y sono i coefficienti di smorzamento, K_x e K_y sono le costanti corrispondenti alla rigidità della molla, M è la massa di prova del giroscopio, Ω è la velocità di rotazione di ingresso attorno all'asse z .

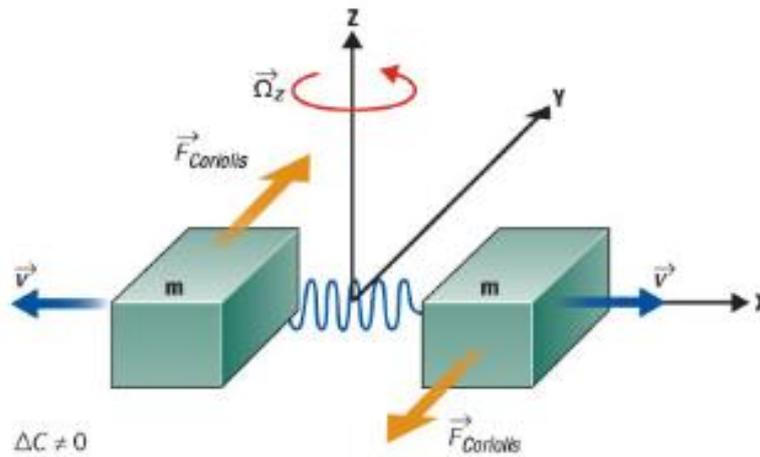


Figura 25. La rotazione del sensore attorno all'asse z dovuta all'effetto Coriolis.

Risolvendo, ad esempio, per l'asse x , si considera una v_x della forma $v_x = c_{x0} w_x \text{sen}(w_x t)$ per sostenere le oscillazioni con una frequenza di risonanza pari a $w_x = \sqrt{k_x/M}$

Sostituendo nel sistema di equazione e risolvendo in modalità *open-loop* ($f_y = 0$) la soluzione è:

$$y = -c_{x0} \tau_y \Omega \cos(w_x t) \quad (1)$$

dove τ_y è la costante di tempo di decadimento data da (nel caso ideale $\omega_x = \omega_y$)

$$\tau_y = 2Q_y/w_y \quad \text{dove} \quad Q_y = w_y M / D_y$$

Più specificamente, dalla (1) si trova che lo spostamento lungo l'asse y è una misura diretta della velocità di rotazione del giroscopio Ω .

3.3.1 Convertitore analogico digitale

Nei sistemi elettronici moderni, le attività di misurazione, calcolo e controllo dei dati avvengono nel dominio digitale. Il segnale d'uscita analogico dei trasduttori, nel nostro caso accelerometro e giroscopio, è convertito in digitale, cioè in una sequenza discreta di cifre (bit), tramite un ADC, cioè un convertitore analogico-digitale. Per convertire il segnale analogico nel suo corrispettivo digitale l'ADC effettua le seguenti azioni:

- 1) Campionamento (*Sampling*);
- 2) Tenuta (*Hold*);
- 3) Quantizzazione nel dominio delle ampiezze (*Quantization*);
- 4) Codifica.

Ad ognuno di esse è associato un blocco circuitale specifico come rappresentato in figura 26.



Figura 26. Schema circuitale del convertitore analogico digitale.

1) Campionamento

Il campionamento è l'operazione che consiste nell'acquisire dal segnale di ingresso una sequenza di campioni. Il segnale campionato è una sequenza di impulsi di tensione distanziati nel tempo di un intervallo costante T_s , noto come periodo di campionamento. Il ritmo con cui i campioni sono ri-portati in uscita è detto velocità di campionamento o frequenza di campionamento, R_s . La velocità di campionamento è legata al tempo di campionamento dalla relazione: $R_s = 1/T_s$. Essa viene perciò misurata in Sample/s o in Hertz. La frequenza è il parametro più importante nella sequenza di campionamento. Infatti da essa dipende la possibilità di poter ricostruire il segnale originale $v(t)$ a partire dai suoi campioni $vs(t)$. In particolare ciò dipende dal legame tra R_s e la frequenza massima del segnale d'ingresso $v(t)$ secondo il *Teorema di Shannon*.

2) Tenuta (Hold)

La tenuta è l'operazione che consiste nel mantenere i livelli di tensione $vs(t)$ dei campioni acquisiti durante il periodo di campionamento T_s , cioè fino all'arrivo del campione successivo. Dal blocco di *hold* esce quindi un segnale costante a tratti $vh(t)$. Il circuito di tenuta è costituito

da un resistore R_h in serie con la linea dell'ingresso, posto a monte dell'interruttore S , costituito solitamente da un MOSFET, che ha una piccola resistenza di ingresso intrinseca R . Esso governa la connessione del condensatore all'ingresso analogico.

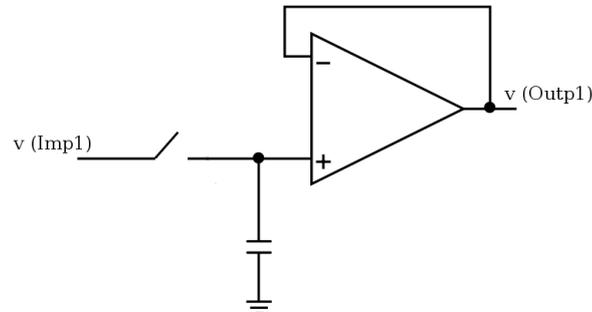


Figura 27. Schema circuitale del circuito Track and Hold.

Al *source* e *drain* del transistor sono collegati due *buffer* (operazionali in configurazione di inseguitori di tensione), che hanno impedenza di ingresso elevata, bassa impedenza d'uscita, e tensione d'uscita pari alla tensione d'ingresso.

Questo serve a mantenere l'impedenza d'ingresso totale elevata ed a fare in modo quindi che quasi la totalità della corrente all'uscita del selettore S venga assorbita dal condensatore C_h .

Tale circuito è detto *Track and Hold* (o *Sample and Hold*) e consente le funzioni di campionamento e tenuta.

3) Quantizzazione

La quantizzazione nel dominio delle ampiezze è l'operazione attraverso cui il segnale campionato $v_H(t)$ presente all'uscita del circuito track and hold viene trasformato in una sequenza di livelli di tensione $v_O(t)$, uno per ogni campione. In ogni intervallo di durata T_s , il dispositivo approssima il livello di tensione assunto da $v_H(t)$ al più vicino dei livelli di uscita v_O , ottenuti suddividendo il campo R di valori d'ingresso del dispositivo, in N intervalli di ampiezza: $Q = R/N = R/2^B$, dove Q è il passo di quantizzazione e B il numero di bit del dispositivo. La caratteristica più importante di un circuito di quantizzazione è la sua **transcaratteristica**, che ne determina le prestazioni e le eventuali inefficienze. Essa è definita come quella funzione che associa a ogni livello di tensione assunto dalla tensione analogica, in ingresso all'ADC, in un certo intervallo di tenuta ΔTh , un'opportuna tensione v_o appartenente ad un insieme finito di valori.

4) Codifica binaria di una tensione quantizzata

La grandezza campionata e quantizzata è ancora una tensione. Per terminare il processo di conversione da analogico a digitale, tale tensione deve essere trasformata in un numero. Il

passaggio da tensione a valore numerico viene detto codifica. Per ragioni pratiche, dovute all'uso di dispositivi elettronici e di calcolatori, la codifica numerica avviene sempre in codice binario, cioè usando le sole cifre 0 e 1 (bit). In pratica ad ogni intervallo di quantizzazione viene associata una combinazione di cifre binarie in base alla codifica utilizzata. Per conoscere il codice in uscita dal convertitore è sufficiente conoscere in quale intervallo di quantizzazione cade la tensione da convertire V : N intervallo = approssimazione di (V/Q) e quindi assegnare all'intervallo stesso il codice binario corrispondente. Dati n livelli di quantizzazione saranno quindi riportati in uscita n intervalli, numerati da 0 ad $n-1$ (per esempio, dati 16 livelli, avremo 16 intervalli numerati da 0 fino a 15).

3.4 Analisi, trasferimento e raccolta di dati sperimentali

3.4.1 Protocollo di trasferimento seriale dei dati I²C

Specificati i principi di funzionamento dei trasduttori, vediamo ora come il segnale in uscita dal MEMS viene acquisito da una scheda di sviluppo. L'MPU-6050 fa uso del protocollo di comunicazione I²C per trasferire sequenze di bit (dati). Questo protocollo seriale è un modo per inviare e ricevere dati tra una CPU e un dispositivo periferico, (in generale tra un dispositivo *master* e dispositivi *slaves*) basato su un singolo canale (un filo elettrico) chiamato SDA (Serial Data). Le cifre binarie viaggiano lungo questo canale una dopo l'altra in entrambe le direzioni. Essendo la comunicazione seriale, è importante che ogni bit viene trasferito lungo la linea a intervalli di tempo regolari. Un secondo canale, infatti, chiamato SCL (Serial Clock) viene utilizzato per fornire un segnale di clock che consente sia al mittente (dispositivo *master*) che al destinatario (dispositivo *slave*) di programmare correttamente la trasmissione / ricezione dei segnali.

Questo paragrafo descrive il funzionamento del protocollo I²C illustrandone dal punto di vista del segnale elettrico i principi generali (Protocollo di comunicazione I²C: <http://www.gammon.com.au/forum/?id=10896#i2csummary>). Questo permetterà di tradurre dal punto di vista software un codice capace di comunicare in maniera corretta con il dispositivo.

Il protocollo di comunicazione I²C è a 7 bit raramente esteso a 10 bit, con valori di velocità di comunicazione di 100 kbit/s per lo *standard mode* e di 400 kbit/s per il *Fast mode*. L'I²C è estremamente utile per la multipla connessione di dispositivi "indirizzabili". Questo significa che, dal punto di vista hardware, in teoria, sarebbe possibile collegare alla CPU $2^7=128$ dispositivi. In realtà il numero disponibile di indirizzi è leggermente minore (per l'esattezza 112) poiché alcuni bit nella comunicazione sono riservati per altri usi. Quindi si può avere uno schermo LCD all'indirizzo 10, una tastiera all'indirizzo 11 e così via.

La comunicazione I²C tra un dispositivo master e uno slave è divisa in due sequenze di bit: nella prima (chiamata “sequenza di indirizzo”) il master (la scheda a microprocessore nel nostro caso) indica il dispositivo slave con il quale vuole aprire una comunicazione (MPU-6050), decide se i dati devono essere scritti o letti e sottopone questi a un metodo di controllo. La seconda sequenza (chiamata “sequenza d’invio di dati”) a 8 bit, si occupa di inviare e/o leggere i dati. Una volta aperta questa sequenza lo slave può automaticamente inviare/leggere più sequenze di dati, che passano dal master allo slave o viceversa.

1° - Sequenza di indirizzo

Per inizializzare la struttura di indirizzo, il dispositivo master lascia il livello del segnale del Serial Clock Line (SCL) alto mentre abbassa il livello della linea Serial Data Line (SDA), come mostrato in figura 28. Questo mette in allerta tutti i dispositivi slaves collegati al master, per aprire una nuova trasmissione dati. L’indirizzo del dispositivo slave è organizzato in 7 bit, dal *most significant bit* (MSB) al *less significant bit* (LSB), seguito da un bit che indica la scrittura (0) o la lettura (1) dei dati e dal nono bit che può essere *acknowledgement* bit (ACK) o *negative-acknowledgement* (NACK). Il compito di questo bit si basa sul protocollo *Stop-and-wait* che è il più semplice protocollo di comunicazione di richiesta di ripetizione automatica (ARQ) della trasmissione di un pacchetto informativo in caso di rilevazione di errore nel pacchetto stesso a valle nel ricevitore. Un mittente manda una sola sequenza di dati alla volta. Dopo che ogni sequenza è stata inviata, non viene inviato più nulla sino a quando il mittente non riceve un bit “0” (ACK approvazione) o un bit “1” (NACK non autorizzato) dallo slave, che ha il controllo del canale SDA. Dopo che questo ha ricevuto e controllato una sequenza corretta manda un ACK al master, che equivale ad abbassare il livello del segnale SDA. Se lo slave, invece, non abbassa il livello di SDA prima del 9 ° impulso di clock, si può dedurre che il dispositivo ricevente non ha ricevuto i dati o non ha saputo come analizzare il messaggio e che quindi il master ha ricevuto un NACK.

Può accadere che l’invio dell’ACK, non raggiunga in tempo il mittente prima di un certo tempo (time-out), o che risulta danneggiato o perso. In questi casi il master va in time-out e invia nuovamente il frame. Questo comportamento genera un problema per lo slave, che si trova con due copie dello stesso frame, senza sapere se ciò che ha ricevuto è un frame duplicato oppure un frame contenente gli stessi dati di quello precedente. In tal caso, la trasmissione si interrompe e spetta al master del sistema decidere come procedere. In questa fase quindi la SDA cambia direzione mentre il canale SCL è sempre controllato dal master.

2° - Sequenza di dati

Una volta che il dispositivo master riceve l'autorizzazione per inviare la sequenza di bit continua a generare una sequenza d'impulsi di tempo a intervalli regolari mentre i bit contenente l'informazione devono essere collocati sul canale SDA o del master o dello slave dipende se l'ottavo bit nella struttura di indirizzo è 0 (scrittura) o 1 (lettura). Il numero di sequenze di bit di dati è arbitrario e molti dispositivi slave automaticamente incrementano il loro registro interno, indicando che le successive sequenze di scrittura o lettura verranno fuori dai successivi registri.

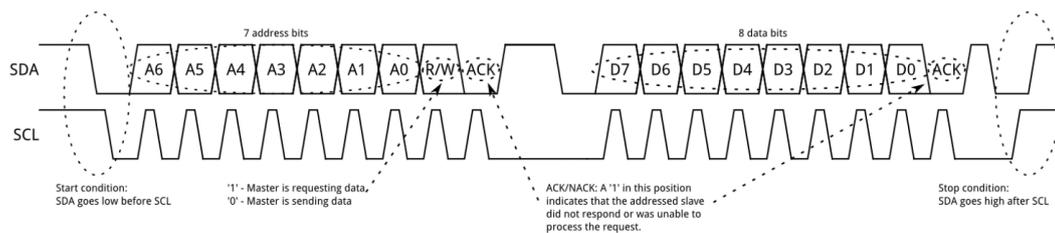


Figura 28. Sequenza di trasferimento del protocollo di comunicazione I²C.

Collegamento tra i dispositivi

I dati misurati dal sensore MPU-6050 possono essere letti tramite una qualunque scheda a microprocessore che abbia dei connettori disponibili per il protocollo I²C. La scheda a microprocessore è programmata con uno dei tanti ambienti di sviluppo (IDE) *open-source*. In questa proposta è stato usato l'IDE di Arduino.

Analizziamo i passaggi che permettono di comunicare con il sensore tramite la scheda di sviluppo. Come prima cosa bisogna configurare la scheda a microprocessore con l'ambiente di sviluppo. Questo è un passaggio molto semplice, infatti in molti casi basta solo connettere tramite la porta seriale USB la scheda a un computer su cui è stato installato l'ambiente di sviluppo. In altri serve installare un driver che consenta al computer di "vedere" il dispositivo periferico. Portato a termine questo primo passaggio, la scheda si accende e resta alimentata tramite la porta USB del computer fino quando il dispositivo non verrà scollegato o il computer sarà spento. Il secondo passaggio è collegare il sensore MPU 6050 alla scheda di sviluppo. Vediamo prima, come configurare il sensore nel caso in cui la scheda di sviluppo è un Arduino Uno. Inserendo i pin VCC e GND sui rispettivi pin della scheda di sviluppo come mostrato in figura, il sensore si accende. All'MPU-6050 bastano 3.3 Volts, ma il regolatore di tensione permette un suo funzionamento anche a 5 Volts.

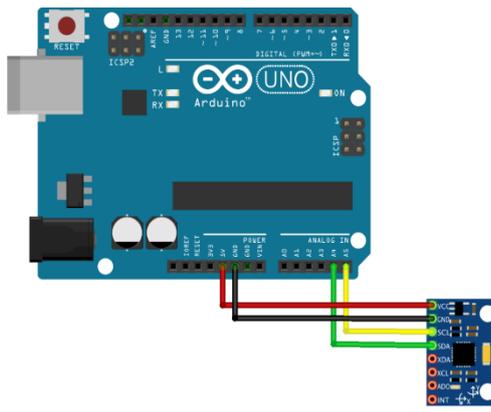


Figura 29. Scheda circuitale del sensore IMU collegato a una scheda di sviluppo "Arduino Uno".

A questo punto, bisogna conoscere quali pin della scheda di sviluppo sono configurati per il protocollo di comunicazione I²C. Per quanto visto nel capitolo 2 paragrafo 3 le schede di sviluppo hanno pin di Input/Output analogici e digitali. Alcuni dei pin analogici sono configurati anche per permettere una comunicazione con il protocollo I²C, questa informazione si trova nei data sheet della scheda []. Nel nostro caso il pin A5 è collegato al canale SCL, mentre il pin A4 è collegato al canale SDA.

Specifiche software

Collegati i dispositivi, è possibile leggere dalla schermata seriale prevista dall'IDE di Arduino le informazioni su quanto avviene tra i dispositivi. La prima volta il seriale mostrerà solo una pagina bianca! Questo perché sulla scheda di sviluppo non è stato scaricato nessun codice e quindi il microprocessore della scheda non ha un programma da eseguire. L'ambiente di sviluppo di Arduino⁴ consente di scrivere i codici con il linguaggio di programmazione C/C++. Una volta installato sul computer, l'interfaccia è molto intuitiva e semplice da usare. Si trovano già alcuni codici di base pronti per l'uso, mentre la potenza dell'open-source consente di installare librerie scritte da sviluppatori o altri utenti. Prima di entrare nello specifico del codice del sensore di moto inerziale, è bene spiegare com'è organizzata l'aria di programmazione.

La struttura base del linguaggio di programmazione di Arduino si sviluppa sulla definizione di due funzioni: *void setup()* e *void loop()*. Queste due funzioni racchiudono le necessarie impostazioni per il funzionamento dei dispositivi collegati con Arduino e i blocchi d'istruzioni per svolgere quanto richiesto.

⁴ Arduino: <https://www.arduino.cc>

Arduino-MPU-6050: <http://playground.arduino.cc/Main/MPU-6050>

Arduino-Wire Library: <https://www.arduino.cc/en/Reference/Wire>

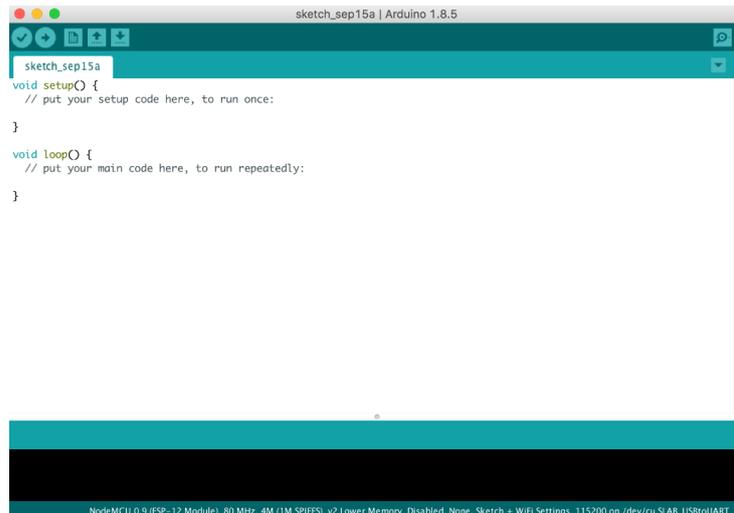


Figura 30. Schermata dell'IDE di Arduino per la scrittura del codice.

La funzione `setup()` è la prima a essere chiamata quando parte uno sketch. È utilizzata per inizializzare variabili, per impostare lo stato dei pin, per far partire le librerie da usare, per l'impostazione delle comunicazioni seriali. La funzione di `setup()` sarà la prima a essere eseguita dai dispositivi dopo ogni accensione o reset. Dopo la creazione della funzione `setup()`, la funzione `loop()` fa proprio quanto suggerisce il proprio nome, eseguendo ciclicamente il programma definito al suo interno.

A questo punto siamo pronti per scrivere un programma che possa permettere alla scheda di leggere i dati dal sensore e stamparli sul seriale. Nel nostro caso, il protocollo I²C descritto nel paragrafo precedente è stato già tradotto in stringhe di codice, e tutti i comandi sono racchiusi nella libreria `wire.h`. La prima parte del codice allora si basa sulla chiamata di questa libreria e la definizione di variabili:

```
#include<Wire.h>
const_int MPU_addr=0x68; // Indirizzo I2C del MPU-6050
const_int scl = A5; // Pin per la sincronizzazione dei dati
const_int sda = A4; // Pin per l'invio e la ricezione dei dati
int16_t AcX,AcY,AcZ,Tmp,GyX,GyY,GyZ;
float AcZ_normal, AcY_normal, AcX_normal;
```

Queste prime righe di codice non rientrano né nella funzione `setup()`, né nella funzione `void()`. Precisamente le precedono, e hanno il compito di includere nel programma la libreria chiamata `#include<Wire.h>` e di dichiarare le variabili che saranno utilizzate nel programma. In particolare sono state definite 3 diverse categorie di variabili:

- `const int MPU_addr=0x68`, significa che la variabile `MPU_addr` è di tipo `const int`, il che vuol dire che è una variabile il cui valore non può essere modificato dal programma. Questa definizione è molto importante perché dice al microprocessore qual è l'indirizzo dove può trovare il sensore di moto. L'indirizzo `0x68` è scritto nella rappresentazione esadecimale invece di quella decimale, perché, come vedremo, questa è più comoda per il tipo di manipolazioni che si devono fare sugli indirizzi; ogni cifra esadecimale corrisponde a una combinazione di 4 bit, secondo la regola di Tabella 1.

Esad.	Binario	Esad.	Binario	Esad.	Binario	Esad.	Binario
0	0000	4	0100	8	1000	C	1100
1	0001	5	0101	9	1001	D	1101
2	0010	6	0110	A	1010	E	1110
3	0011	7	0111	B	1011	F	1111

Tabella 1. Corrispondenza tra cifre esadecimali e numeri binari.

I numeri esadecimale vengono rappresentati secondo la convenzione del linguaggio C++, cioè preceduti dal simbolo `0x`; Un esempio di passaggio da un numero esadecimale a due cifre a un numero in base binaria a 8 bit è il seguente:

`0x 68 = 0110-1000`

- `int16_t AcX,AcY,AcZ,Tmp,GyX,GyY,GyZ` è la dichiarazione per le variabili che saranno lette dai registri del sensore. Sono di tipo `int16_t` il che significa che saranno lette come numeri interi di lunghezza massima 16 bit, in quanto ogni segnale è convertito in digitale da un ADC a 16 bit.
- `floatAcZ_normal,AcY_normal,AcX_normal,GyX_normal,GyY_normal,GyZ_normal` è la dichiarazione per le variabili normalizzate. Poiché, come vedremo, queste variabili rappresentano il risultato di una divisione, non possono essere rappresentate da un numero intero bensì da un numero a virgola mobile, ovvero una variabile di tipo `float`.

La seconda parte del codice riguarda la funzione `setup()`:

```
void setup(){
  Serial.begin(9600);
  Wire.begin(scl,sda);
  Wire.beginTransmission(MPU_addr);
```

```
Wire.write(0); // set to zero (wakes up the MPU-6050)
Wire.endTransmission(true);}
```

Il flusso dei comandi può essere sintetizzato in questo modo:

- 1) `Serial.begin(9600)`: vuole dire che la scheda connessa alla porta seriale (usb) dovrà trasmettere dati con una velocità pari a 9600 byte che non sono molti, ma vanno benissimo per trasferire parole o numeri. La velocità di comunicazione tra la scheda e il computer può comunque essere settata dalle impostazioni dell'interfaccia dell'ambiente di sviluppo;
- 2) `Wire.begin(scl,sda)`: l'Arduino apre una comunicazione I²C sui pin A4 e A5;
- 3) `Wire.beginTransmission(MPU_addr)`: l'Arduino apre una comunicazione con il dispositivo slave il cui indirizzo è nell'argomento della funzione;
- 4) `Wire.write(0)`: il dispositivo master (l'Arduino) invia un bit di start al dispositivo slave (il sensore);
- 5) `Wire.endTransmission(true)`: serve per mettere in standby la comunicazione con il dispositivo. Questa funzione accetta come argomento una variabile booleana. Se è `true` allora manda un messaggio di stop dopo la trasmissione, se è `false` chiede un restart della trasmissione.

Una volta settata le impostazioni, il programma entra nel vivo con i comandi nella funzione `loop()`:

```
void loop(){
  Wire.beginTransmission(MPU_addr);
  Wire.write(0x3B); // starting with register 0x3B (ACCEL_XOUT_H)
  Wire.endTransmission(false);
  Wire.requestFrom(MPU_addr,14,true); // request a total of 14 registers
  AcX=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3B (ACCEL_XOUT_H) & 0x3C (ACCEL_XOUT_L)
  AcY=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3D (ACCEL_YOUT_H) & 0x3E (ACCEL_YOUT_L)
  AcZ=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x3F (ACCEL_ZOUT_H) & 0x40 (ACCEL_ZOUT_L)
  Tmp=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x41 (TEMP_OUT_H) & 0x42 (TEMP_OUT_L)
  GyX=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x43 (GYRO_XOUT_H) & 0x44 (GYRO_XOUT_L)
  GyY=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x45 (GYRO_YOUT_H) & 0x46 (GYRO_YOUT_L)
  GyZ=Wire.read()<<8|Wire.read(); // 0x47 (GYRO_ZOUT_H) & 0x48 (GYRO_ZOUT_L)
  delay(10)
```

Le prime righe della funzione ripetono i processi d'inizializzazione della comunicazione tra il microprocessore e il sensore già trattati nella funzione `setup`, con in più la funzione `Wire.requestFrom(MPU_addr,14,true)` che serve all'Arduino per comunicare al sensore che richiederà i dati di 14 registri a partire da quello indicato nella funzione `Wire.write(0x3B)`. Infatti il comando successivo `AcX=Wire.read()<<8|Wire.read()` indica la lettura del segnale dal registro

ACCEL_XOUT_H nella posizione 0x3B e dal registro ACCEL_XOUT_L nella posizione 0x3C .
 Ci si potrebbe chiedere come mai il segnale dell'accelerazione lineare lungo l'asse X del dispositivo viene richiesta con una stringa di questo tipo. Il motivo è il seguente:

Addr (Hex)	Addr (Dec.)	Register Name	Serial I/F	Bit7	Bit6	Bit5	Bit4	Bit3	Bit2	Bit1	Bit0
3B	59	ACCEL_XOUT_H	R	ACCEL_XOUT[15:8]							
3C	60	ACCEL_XOUT_L	R	ACCEL_XOUT[7:0]							
3D	61	ACCEL_YOUT_H	R	ACCEL_YOUT[15:8]							
3E	62	ACCEL_YOUT_L	R	ACCEL_YOUT[7:0]							
3F	63	ACCEL_ZOUT_H	R	ACCEL_ZOUT[15:8]							
40	64	ACCEL_ZOUT_L	R	ACCEL_ZOUT[7:0]							
41	65	TEMP_OUT_H	R	TEMP_OUT[15:8]							
42	66	TEMP_OUT_L	R	TEMP_OUT[7:0]							
43	67	GYRO_XOUT_H	R	GYRO_XOUT[15:8]							
44	68	GYRO_XOUT_L	R	GYRO_XOUT[7:0]							
45	69	GYRO_YOUT_H	R	GYRO_YOUT[15:8]							
46	70	GYRO_YOUT_L	R	GYRO_YOUT[7:0]							
47	71	GYRO_ZOUT_H	R	GYRO_ZOUT[15:8]							
48	72	GYRO_ZOUT_L	R	GYRO_ZOUT[7:0]							

Figura 31. Divisione dei registri del sensore MPU-6050.

Come rappresentato in figura, ognuna delle grandezze fisiche trasdotte dal sensore, i 6 gradi di libertà insieme alla temperatura, sono organizzate in due registri da 8 bit = 1 byte. Questa divisione è fatta perché come abbiamo detto il protocollo di comunicazione I²C è a 8 bit, che significa che per un singolo trasferimento il “bus di dati” può contenere 8 bit. Pertanto il valore di una singola grandezza misurata deve essere composta da due letture di due registri a 8 bit.

Allora il comando `AcX=Wire.read()<<8|Wire.read()` significa che il valore letto nel primo registro 0x3B viene composto, tramite la funzione logica | (or), nel registro successivo traslato di 8 bit 0x3C, fornendo un valore di un intero 16 bit (cioè 2byte) rappresentato dalla variabile AcX. Come già detto, a partire dal primo registro, il protocollo di comunicazione consente la lettura in automatico di tutti gli altri registri successivi al primo secondo l'ordine dettato dalle stringhe del codice. In questo modo, al microprocessore nella modalità *Fast mode* 400 kbit/s, arriva una variabile (16 bit) ogni 40 μs. L'ultimo pezzo di codice riguarda la stampa dei valori sul seriale di Arduino. A questo punto, il programma può essere caricato sul microprocessore. Nel caso dovesse esserci qualche errore di sintassi (bug), il compilatore blocca il processo di caricamento sulla scheda e avvisa l'utente del tipo di errore. Ma se il programma è scritto senza errori dal punto di vista della “grammatica” del linguaggio, ma abbiamo commesso qualche errore di concetto, a esempio non abbiamo chiamato la lettura di un registro, il programma sarà caricato sul microprocessore e solo mentre il codice è in esecuzione scopriremo, con un po' di

attenzione, il bug. Dal punto di vista didattico, questa procedura è ottima come strumento didattico. Come descritto nel capitolo 2 paragrafo 2, il processo di debugging aiuta allo sviluppo di un controllo consapevole del processo di apprendimento. Uno studente che per la prima volta si appresta alla programmazione, non riuscirà al primo colpo nella scrittura di un codice funzionante. Solo tramite un processo di “*trial and error*” e con l’aiuto dell’insegnante, svilupperà delle strategie di debugging che gli consentiranno di essere autonomo nella gestione di questi dispositivi.

3.4.2 Analisi degli errori, calibrazione e normalizzazione dei dati

Una volta caricato il programma è possibile vedere il codice in esecuzione aprendo la schermata del seriale dell’interfaccia dell’ambiente di sviluppo di Arduino, settando la velocità di lettura pari al valore riportato nel codice (9600 byte). Il risultato del codice da noi scritto è rappresentato in figura 32 e può sembrare apparentemente una sequenza di numeri senza alcuna correlazione e significato fisico.

```

COM4
AcX = 7292 | AcY = 8228 | AcZ = 10780 | Tmp = 24.91 | GyX = -4196 | GyY = -920 | GyZ = 5970
AcX = 10260 | AcY = 4956 | AcZ = 11700 | Tmp = 24.91 | GyX = -1162 | GyY = 4704 | GyZ = -7844
AcX = 9480 | AcY = 2512 | AcZ = 13876 | Tmp = 24.91 | GyX = -13614 | GyY = 6262 | GyZ = -691
AcX = 10388 | AcY = -976 | AcZ = 13180 | Tmp = 24.91 | GyX = -3875 | GyY = -3603 | GyZ = 5522
AcX = 11604 | AcY = -4884 | AcZ = 10212 | Tmp = 24.91 | GyX = -504 | GyY = -39 | GyZ = 1347
AcX = 11732 | AcY = -6848 | AcZ = 9744 | Tmp = 24.91 | GyX = -1990 | GyY = 628 | GyZ = 407
AcX = 12600 | AcY = -5144 | AcZ = 11260 | Tmp = 24.91 | GyX = 123 | GyY = -2220 | GyZ = -65
AcX = 12560 | AcY = -5168 | AcZ = 8720 | Tmp = 24.91 | GyX = -741 | GyY = 85 | GyZ = -122
AcX = 12540 | AcY = -4732 | AcZ = 10316 | Tmp = 24.95 | GyX = -851 | GyY = -243 | GyZ = -371
AcX = 11512 | AcY = -8196 | AcZ = 8884 | Tmp = 25.05 | GyX = -5334 | GyY = 2506 | GyZ = -303
AcX = 11648 | AcY = -7568 | AcZ = 9252 | Tmp = 24.86 | GyX = 8926 | GyY = -5593 | GyZ = -1180
AcX = 12372 | AcY = -5144 | AcZ = 10688 | Tmp = 24.95 | GyX = -95 | GyY = 485 | GyZ = -52
AcX = 12000 | AcY = -5360 | AcZ = 9960 | Tmp = 25.00 | GyX = -804 | GyY = 106 | GyZ = -22
AcX = 12272 | AcY = -5400 | AcZ = 10024 | Tmp = 24.86 | GyX = 806 | GyY = -254 | GyZ = 865
AcX = 11996 | AcY = -5496 | AcZ = 10180 | Tmp = 24.86 | GyX = -33 | GyY = -113 | GyZ = -94
  
```

Figura 32. Valori grezzi inviati dal sensore e letti dal seriale dell’ambiente di sviluppo.

In realtà manipolare questi dati per averne altri utili per esperienze didattiche è abbastanza semplice. Quando si osserva per la prima volta questa tabella si nota che i numeri di ogni variabile cambiano di volta in volta nonostante il sensore sia fermo su un piano. Questo perché il segnale in tensione che è inviato dalle piastre capacitive all’ADC è un segnale elettrico soggetto a del *rumore* elettrico, ovvero all’insieme di altri segnali elettrici imprevedibili e indesiderati che modificano l’uscita del segnale utile. Le caratteristiche del rumore possono facilmente influire sulla precisione dell’uscita digitale. Senza entrare nello specifico, è importante sapere che un sensore MEMS ha tre parametri di produzione del rumore: il circuito di condizionamento del

segnale, le vibrazioni prodotte dalle molle e il sistema di misurazione dell'output. Quindi, il segnale analogico affetto da rumore diretto verso il convertitore analogico-digitale è sottoposto a una procedura di conversione. Anche in questo passaggio il valore del dato è soggetto a delle fluttuazioni dovute alla risoluzione dell'ADC e alla sua accuratezza. Nella pratica, la risoluzione di un convertitore (trasduttore) è limitata dal rapporto segnale/rumore (*Signal to Noise ratio*) del segnale in questione. Se è presente troppo rumore all'ingresso analogico, sarà impossibile convertire con accuratezza oltre un certo numero di bit di risoluzione.

L'accuratezza dipende dall'errore della conversione. Questo errore è formato da due componenti: un errore di quantizzazione e un errore di *non-linearità* (o infedeltà alla curva desiderata nel caso di ADC volutamente non-lineari). Queste due componenti sono legate alla risoluzione finita dell'ADC ed è una imperfezione intrinseca di tutti i tipi di convertitori analogici-digitali. Tutti gli ADC soffrono di errori di non-linearità e di quantizzazione causati da imperfezioni fisiche e da shock termici. Il segnale digitale che viene quindi letto dal microprocessore è affetto dalla somma di tutti questi errori. Da quanto detto, una trattazione approfondita degli errori per l'analisi del segnale richiederebbe uno studio tecnico che esula dallo scopo di questa tesi. In letteratura è possibile trovare numerosi studi specialistici su questo argomento (Georgieva I., Hofreither C., Ilieva T., Ivanov T., Nakov S., 2013) . La trattazione degli errori che proponiamo si riferisce alle caratteristiche di tolleranza e accuratezza del dispositivo riportate nei data sheet dalla casa produttrice (InvenSense Inc., 2013). Nel caso del sensore MPU-6050 possiamo ricavare l'errore sulla misura riferendoci a tre parametri: *Full-Scale Range (FSR)*, *Sensitivity Scale Factor(SSF)* e *Sensitivity Scale Factor Tolerance(SST)*. La *FSR* indica l'intervallo di fondo scala all'interno del quale la misura viene fatta, con la possibilità di ampliare il range dei dati misurabili tramite programmazione apposita dei registri della *FSR*. L'unità di misura della *FSR* per l'accelerometro è g , $1g = 9,81 \text{ m/s}^2$. Mentre per il giroscopio l'unità di misura è $^{\circ}/s$. Gli intervalli del fondo scala (*FSR*) per l'accelerometro e il giroscopio sono 4 e variano dai $\pm 2g$ ai $\pm 16g$ per l'accelerometro mentre per il giroscopio da $\pm 250^{\circ}/s$ con la possibilità di raggiungere range di misure fino a $\pm 2000^{\circ}/s$.

Full-Scale Range	FS_SEL=0	± 250	$^{\circ}/s$
	FS_SEL=1	± 500	$^{\circ}/s$
	FS_SEL=2	± 1000	$^{\circ}/s$
	FS_SEL=3	± 2000	$^{\circ}/s$

Figura 33. Tabella della rappresentazione degli intervalli di fondo scala del sensore.

Ogni fondo scala ha il relativo fattore di scala (SSF), necessario per leggere il dato nelle unità di misura riportate dai data sheet del dispositivo. Il fattore di scala, come riportato dal produttore, ha una tolleranza (SST) del $\pm 3\%$. Quindi possiamo trasformare il dato grezzo nel modo seguente:

$$x = \frac{[raw_data]}{[ScaleFactor \pm Tolerance]}$$

Vediamo come determinare l'errore sul dato x :

$$x = \frac{[raw_data]}{SF \pm \delta SF} = \frac{[raw_data]}{SF \pm 0.03SF}$$

sviluppando in serie l'espressione precedente secondo la variabile SF, e arrestando al secondo ordine dello sviluppo si ottiene:

$$x = \frac{[raw_data]}{SF + \delta SF} = \frac{[raw_data]}{SF} \pm \frac{[raw_data]}{SF^2} \delta SF$$

dove, il primo addendo rappresenta il valore della misura

$$\bar{x} = \frac{[raw_data]}{SF}$$

mentre il secondo rappresenta l'errore

$$\delta x = \pm \frac{[raw_data]}{SF^2} 0.03SF = \bar{x} \cdot 0.03$$

Con questi semplici passaggi abbiamo dimostrato che l'errore del fattore di scala che si propaga al dato normalizzato è del 3%. Questo risultato è lo stesso per tutti gli intervalli di misura. È possibile migliorare la presa dati dei gradi di libertà del sensore, sottoponendo il dispositivo a una procedura di calibrazione. Come per la trattazione degli errori, in letteratura è possibile trovare studi specialistici che affrontano con dettaglio le procedure di calibrazione (Looney M. 2010). Dettagli che esulano dallo scopo di questa trattazione, e pertanto abbiamo deciso di intraprendere una strategia di calibrazione non raffinata ma facile da attuare. Il processo che è stato attuato si basa sull'obiettivo di leggere la seguente stringa di valori con il dispositivo fermo sul piano con l'asse z ortogonale al piano:

AcX=0.00 m/s², AcY=0.00 m/s², AcZ=9.81 m/s², Wx=0.00 rad/s, Wy=0.00 rad/s, Wz=0.00 rad/s

ovvero, il sensore deve dare in output il valore di 1g nella direzione dell'accelerazione di gravità (AcZ) e zero per tutte le altre variabili. In virtù del rumore cui è sottoposto il segnale, ciò che si verifica è che tutte le variabili sono soggette a degli shift e che non si riesce a mantenere un valore costante del dato a meno di procedure di calibrazione sofisticate. Per avvicinarci a questa condizione con una procedura semplice, si è deciso di tarare il dato determinando il valore di *offset* su ogni singolo grado di libertà. L'offset rappresenta il valore del dato che si discosta dal valore che deve essere misurato. Per la determinazione dell'offset per ogni gdl, è stato sistemato il dispositivo in sei posizioni standard. Le sei posizioni sono state scelte in modo da misurare il valore dell'accelerazione di gravità lungo i tre assi nelle coordinate positive e negative.

$$X_{up} \text{ e } X_{down} \begin{cases} a(1) = (+g, 0, 0) \\ a(2) = (-g, 0, 0) \end{cases}$$

$$Y_{up} \text{ e } Y_{down} \begin{cases} a(3) = (0, +g, 0) \\ a(4) = (0, -g, 0) \end{cases}$$

$$Z_{up} \text{ e } Z_{down} \begin{cases} a(5) = (0, 0, +g) \\ a(6) = (0, 0, -g) \end{cases}$$

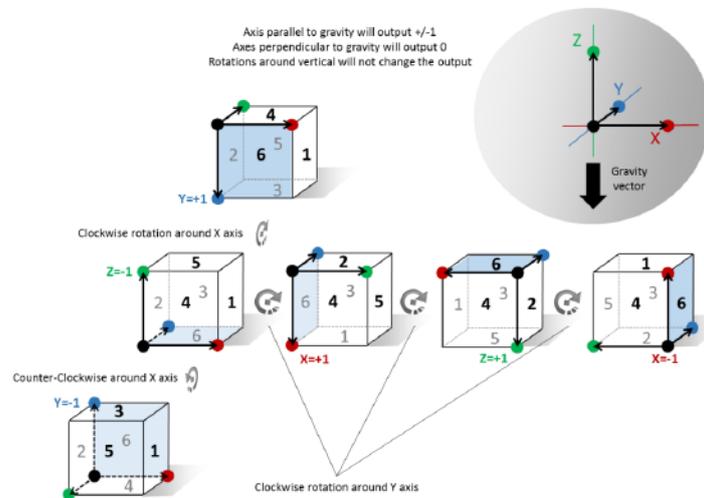


Figura 34. Configurazione delle 6 posizioni del dispositivo per la determinazione dell'offset.

Per ciascuna delle 6 posizioni è stata misurata la media di $N=100$ misure delle variabili che erano soggette in quella posizione all'accelerazione di gravità. Ad esempio, immaginando di sistemare il dispositivo nelle posizioni 1 e 2, ovvero nelle configurazioni $X_{up}=(+g,0,0)$ e $X_{down}=(-g,0,0)$, sono state calcolate le medie di AcX e Wx per ciascuna configurazione:

$$AcX_1^{up} = \frac{\sum_{i=1}^{100} AcX_i}{N}$$

$$Wx_1^{up} = \frac{\sum_{i=1}^{100} Wx_i}{N}$$

$$AcX_2^{down} = \frac{\sum_{i=1}^{100} AcX_i}{N}$$

$$Wx_2^{down} = \frac{\sum_{i=1}^{100} AcX_i}{N}$$

mentre l'errore statistico sulla media è stato determinato calcolando la deviazione standard dal valor medio. Per la variabile AcX ad esempio si ha:

$$\delta_{AcXup}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{100} (AcX_i - AcX_1^{up})^2}{N}$$

e così si è proceduto per le variabili y e z , ovvero per le posizioni 3-4-5-6. Una volta calcolate le medie, sono stati determinati i 6 parametri di *offset*:

$$AcX_{off_set} = (AcX_1^{up} + AcX_2^{down})/2;$$

$$Wx_{off_set} = (Wx_1^{up} + Wx_2^{down})/2;$$

$$AcY_{off_set} = (AcY_1^{up} + AcY_2^{down})/2;$$

$$Wy_{off_set} = (Wy_1^{up} + Wy_2^{down})/2;$$

$$AcZ_{off_set} = (AcZ_1^{up} + AcZ_2^{down})/2;$$

$$Wz_{off_set} = (Wz_1^{up} + Wz_2^{down})/2;$$

sui quali l'errore è semplicemente la somma degli errori statistici. Riferendoci sempre come esempio alla variabile AcX , si ha:

$$\delta_{AcXoff}^2 = \delta_{AcXup}^2 + \delta_{AcXdown}^2$$

Questa procedura di calibrazione prevede quindi di sottrarre al dato grezzo la propria componente di offset. In definitiva le variabili lette in output hanno la forma seguente:

$$x = \frac{x_{raw} - offset}{Scale\ Factor}$$

le quali sono soggette a una combinazione di errore massimo (3%) e di errore statistico δ_{xoff}^2 .

In questa situazione, si applica la regola di massimizzare l'errore statistico moltiplicandolo per 3.

In conclusione le accelerazioni e le velocità angolari misurate dal sensore inerziale sono a tutti gli effetti dati sperimentali rappresentati da variabili in virgola mobile (*floating point*).

La fase concernente l'analisi computazionale del processo di lettura di un segnale proveniente da un trasduttore ed elaborato da un microprocessore programmabile è conclusa. Nel prossimo paragrafo introdurremo il setup sperimentale progettato per la manipolazione dei dati finalizzato alla misura del momento di inerzia della ruota di bicicletta.

La configurazione hardware e software dei dispositivi descritta nel paragrafo precedente, così come presentata, limita le possibilità di progettazione di un esperimento per due motivazioni. La prima è legata ai vincoli per la manipolazione dei dati dell'interfaccia dell'IDE di Arduino. Il

seriale è una finestra di sola lettura non programmabile, quindi i dati sono stampati e non possono essere usati né per rappresentarli in un altro modo (grafico, tabelle) né per svolgerci un'analisi statistica. Il secondo motivo è legato ai limiti della comunicazione seriale che avviene tramite collegamento con cavo USB. Da un lato rappresenta il modo più semplice per interfacciare il sensore al computer, dall'altro è un ostacolo nel momento in cui si vuole far fare al sensore un moto che non sia circoscritto al piano del tavolo ma che è usato, ad esempio, su una ruota di bicicletta.

Partendo da queste considerazioni abbiamo cercato il modo più semplice per manipolare i dati e per ripensare a una struttura hardware più funzionale ai nostri scopi. La risposta è stata trovata nell'implementazione di una rete wireless, che elimina il collegamento via cavo, mentre per quanto riguarda la manipolazione dei dati, è stata scelta la piattaforma di programmazione Python. Il linguaggio di programmazione Python è uno strumento di *coding* molto potente per l'ampia compatibilità con le schede a microprocessore e con i protocolli di comunicazione Wi-Fi e, soprattutto, per la disponibilità di una ricca libreria scientifica che consente un trattamento dei dati completo sia per la modellizzazione del fenomeno che per l'analisi statistica.

3.4.3 Scheda microprocessore wireless

La scheda a microprocessore che è stata sostituita alla scheda Arduino Uno è la NodeMCU V7 Amica prodotta dalla società tedesca AZDelivery. È costituito da un'unità di microcontroller Tensilica L106 a 32 bit (MCU) e un ricetrasmittitore Wi-Fi- ESP8266. La scheda dispone di connettori di input / output digitali e analogici che possono essere utilizzati come ingressi per leggere una tensione o come uscite per emettere tensioni. Ci sono vari protocolli seriali che permettono il trasferimento dei dati, tra i quali è compreso il protocollo I²C. Queste caratteristiche lo rendono un microcontrollore programmabile proprio come una qualsiasi scheda Arduino (Pieter P., 2017). Pertanto la configurazione con il sensore di moto inerziale MPU-6050 avviene alla stessa stregua della scheda Arduino, sia per i collegamenti dei pin sia per quanto riguarda la scrittura del codice. Invece la configurazione della scheda con il computer necessita di un'installazione di un driver, mentre per poter programmare la NodeMCU con l'ambiente di sviluppo di Arduino, bisogna aggiornare le librerie da richiamare nei programmi.

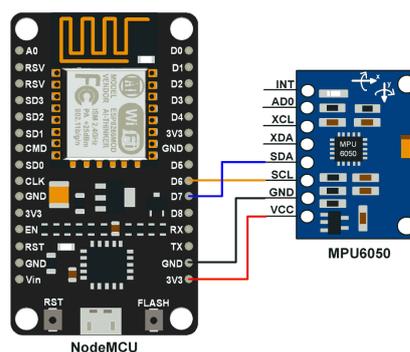


Figura 35. Scheda circuitale del sensore MPU-6050 con la scheda a microprocessore wireless.

L'utilizzo della scheda come semplice microcontrollore è ottimo, ma il motivo per cui la maggior parte delle persone lo usa è la sua funzionalità Wi-Fi: può connettersi a una rete wireless, connettersi a Internet, ospitare un server Web con pagine Web reali, collegare lo smartphone ad esso, etc. Le possibilità sono infinite. Prima di analizzare la parte del codice che riguarda l'utilizzo della rete Wi-Fi, e sebbene sia difficile dare una spiegazione chiara senza complicare eccessivamente le cose, è necessario spiegare almeno quali sono i processi generali per implementare una comunicazione tra dispositivi via-wireless.

I protocolli di rete della comunicazione wireless

Internet non è solo una rete di calcolatori e dispositivi che interconnette milioni di persone in tutto il mondo. Il sistema che la maggior parte delle persone chiama "Internet" è in realtà un

insieme di regole che governano il formato e l'ordine dei messaggi inviati e ricevuti tra dispositivi connessi: i protocolli. L'Internet, è uno strato di protocolli che controllano l'invio e la ricezione d'informazioni. I protocolli sono di tipo:

- collegamento
- rete
- trasporto
- applicazione

Protocollo di collegamento. È il collegamento fisico tra due dispositivi, ad esempio un cavo Ethernet o una connessione Wi-Fi. Questo è il livello più vicino all'hardware. Per collegare un ESP8266 alla rete, è necessario creare un collegamento Wi-Fi non avendo una porta Ethernet a disposizione. Questo può accadere in due modi diversi:

1. Si programma come punto di accesso (AP) e le stazioni wireless possono collegarsi a esso.
2. Si programma come una stazione wireless, ovvero un dispositivo capace di collegarsi a un punto di accesso wireless (WAP o semplicemente AP).

Queste stazioni potrebbero essere il portatile, uno smartphone o anche un altro ESP in modalità stazione. Nel set sperimentale che abbiamo realizzato si è scelto di usare l'ESP in modalità AP + stazione. Una volta configurata la scheda come un punto di accesso Wi-Fi al quale la scheda automaticamente si connette grazie alla capacità di configurarsi anche come stazione, è stato connesso il computer, che nella configurazione della rete rappresenta il client. Vediamo ora gli altri protocolli dell'Internet necessari per implementare un traffico dati tra i dispositivi connessi alla rete locale (LAN).

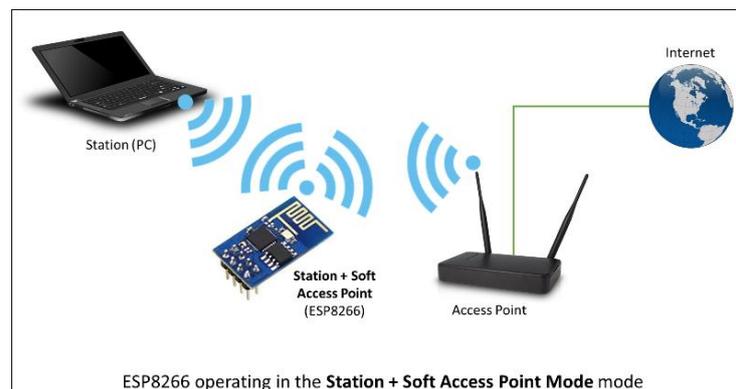


Figura 36. Configurazione del sensore ESP8266 nella rete wireless.

Protocollo di rete. L'Internet Protocol (IP) costituisce il secondo strato dei protocolli dell'Internet. Ogni dispositivo sulla rete ha un indirizzo IP personale. Il server DHCP (Dynamic

Host Configuration Protocol Server) assicura che questi indirizzi siano unici. Ciò significa che è possibile inviare un messaggio a un indirizzo specifico. Esistono due versioni del protocollo Internet: IPv4 e IPv6. IPv6 è una versione migliorata di IPv4 e ha molti più indirizzi di IPv4 (perché ci sono molti più dispositivi degli indirizzi IPv4 disponibili). Nel nostro caso l'indirizzo IP del dispositivo è IPv4. L'indirizzo IP è composto da 4 numeri, ad esempio 192.168.1.5 è un indirizzo IPv4 valido. In realtà consiste di due parti: la prima parte è 192.168.1, questo è l'indirizzo della rete locale. L'ultima cifra, 5 in questo caso, è specifica per il dispositivo. Utilizzando gli indirizzi IP, possiamo trovare ESP8266 e il computer sulla rete e inviare messaggi conoscendo i rispettivi indirizzi.

Protocollo di trasporto. I diversi dispositivi nella rete fanno del loro meglio per fornire questi pacchetti IP al destinatario, tuttavia, non è raro che un pacchetto si perda, con un'elevata probabilità di non arrivare mai a destinazione. Oppure il pacchetto potrebbe danneggiarsi durante il trasferimento. IP non può garantire che i pacchetti arrivino nello stesso ordine con il quale sono stati inviati. Ciò significa che non possiamo ancora inviare messaggi in modo affidabile utilizzando solo il collegamento e il *layer* IP, poiché non possiamo mai sapere quando e se un pacchetto arriverà, o sapere per certo che un pacchetto ricevuto è corretto. Abbiamo bisogno di un terzo livello: il protocollo di trasporto. Esistono principalmente due categorie che costituiscono questo terzo livello: il Transmission Control Protocol (TCP) e l'User Datagram Protocol (UDP). TCP si assicura che tutti i pacchetti siano ricevuti, che i pacchetti siano in ordine e che i pacchetti danneggiati vengano rispediti. Ciò significa che può essere utilizzato per la comunicazione tra più applicazioni, senza doversi preoccupare dell'integrità dei dati o della perdita di pacchetti. Questo è il motivo per cui viene utilizzato per cose come il download di pagine Web, l'invio di e-mail, il caricamento di file, ecc. UDP d'altro canto, non garantisce che ogni pacchetto raggiunga la sua destinazione, ma controlla gli errori, e quando ne trova uno distrugge il pacchetto senza re-inviarlo. Ciò significa che non è affidabile come TCP, ma è più veloce e ha una latenza molto più bassa, perché non richiede una connessione aperta per inviare messaggi, come TCP. Ecco perché viene utilizzato nelle chat vocali e video e, ad esempio, nei giochi online.

Protocollo d'applicazione. Ora abbiamo una comunicazione affidabile con TCP, ma c'è ancora un problema. Mandiamo l'informazione che TCP garantisce che arriverà a destinazione, ma se il destinatario non comprende la lingua in cui è scritto, non saprà cosa farne. In altre parole, abbiamo bisogno di un quarto livello di protocolli, in modo che due programmi possano comunicare tra loro. Esistono molti protocolli di applicazione diversi, ma in questa proposta è stato usato solo il protocollo per i server Web e i browser come HyperText Transfer Protocol

(HTTP). In conclusione, tramite l'ambiente di sviluppo Arduino e sfruttando le librerie già esistenti per il modulo ESP8266 come *ESP8266WebServer.h* e *ESP8266WiFi.h*, i dati inviati dal MEMS al ESP8266 oltre che essere stampati sul monitor seriale dell'ambiente di sviluppo virtuale, sono stati inviati secondo le regole dei protocolli TCP e HTTP su un web server al quale è possibile accedervi da un qualunque altro dispositivo, ad esempio un laptop. Configurando il laptop come il client della rete è possibile acquisire i dati tramite un codice scritto con la piattaforma open-source Python, consentendo uno studio del moto del sensore e un'analisi statistica del fenomeno.

3.4.4 Python: lettura dei dati e analisi dei tempi

I dati raccolti dal sensore sono ora visibili sul web server della scheda a microprocessore. Bisogna essere connessi alla rete Wi-Fi "MyEsp8266" con un qualunque dispositivo, aprire il browser e nella barra degli indirizzi inserire l'indirizzo IP del dispositivo che è stampato sul seriale dell'area di sviluppo virtuale, che di solito è 192.168.4.1. Il fatto che i dati sono una stringa di caratteri e che per ricevere i dati bisogna ogni volta aggiornare la pagina web, sono degli ostacoli non di poco conto per progettare un esperimento. Questo è il motivo principale per il quale abbiamo bisogno che il computer, come client, faccia richiesta al server da una piattaforma virtuale che possa gestire il tempo di uno streaming di dati e possa soprattutto manipolarli per la modellizzazione, il calcolo numerico e l'analisi statistica. A tale scopo si è scelto di usare il linguaggio Python, poiché soddisfa dal punto di vista della ricchezza del linguaggio informatico, le nostre esigenze. È stato quindi possibile sviluppare un codice capace di manipolare la stringa di carattere stampata sul web Server, trasformare i dati in variabili di tipo *float*, salvarli in dei file di testo e rappresentarli su dei grafici (figura 37).

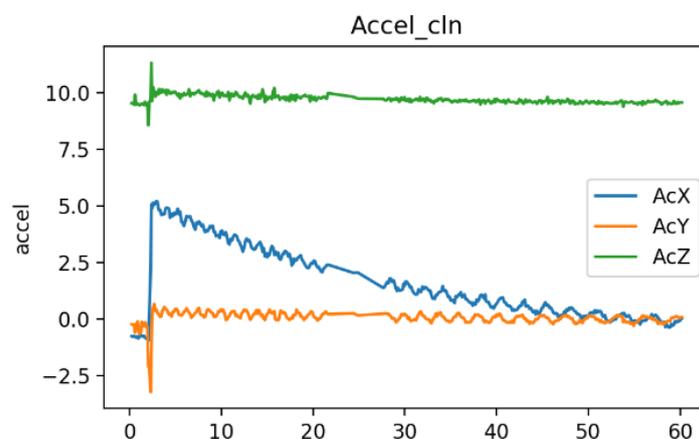


Figura 37. Rappresentazione dei dati

In figura 37 è rappresentato l'andamento delle 3 componenti dell'accelerazione durante un moto circolare uniformemente accelerato del sensore su una piattaforma rotante. Dal grafico si evince

che la piattaforma non è perfettamente a livello del piano di appoggio e che l'asse X era diretto radialmente, rappresentando quindi l'accelerazione centripeta.

Per avere una stima del numero di dati raccolti nel tempo della presa dati bisogna considerare i tempi della connessione TCP. Il server ha bisogno di una connessione per inviare messaggi: prima viene inviata una richiesta dal client (computer), il server risponde, viene stabilita una connessione e il client può inviare i suoi messaggi. Dopo che il client ha ricevuto la risposta del server, la connessione viene chiusa (tranne quando si utilizzano WebSockets). Per inviare un nuovo messaggio, il client deve prima aprire una nuova connessione al server. Quindi al tempo di campionamento tra il sensore e il microprocessore (*modalità fast mode*) bisogna sommare i tempi per:

1. Creare l'oggetto di richiesta
2. Inviare la richiesta
3. Ricevere la risposta
4. Analizzare il dato di arrivo (*parsing*)

Tenendo conto della somma di questi tempi si è stimata una frequenza di campionamento di circa 100 Hz.

Nel prossimo capitolo, descriveremo come con questo setup sperimentale siamo riusciti a determinare il momento assiale d'inerzia di una ruota di bicicletta a partire da misure di velocità angolari.

Capitolo 4. Risultati e misure

4.1 Misura del momento d'inerzia assiale di una ruota di bicicletta

Lo studio del moto del corpo rigido costituisce uno degli argomenti in cui difficilmente si riescono a svolgere esperienze di laboratorio. Eppure l'argomento è particolarmente ricco di spunti per esplorare il rapporto tra matematica e fisica (Brasken M., Porn R., 2017;). Nel paragrafo che segue viene presentato un esperimento che è stato al centro dello sviluppo della proposta didattica di questo lavoro di tesi che mira a essere un esempio di attività che integra la modellizzazione matematica e fisica con gli strumenti di hardware e software.

4.1.1 Setup sperimentale

Il setup sperimentale è composto dai seguenti elementi:

- 1) Un'asta di 150 cm, la quale ha un estremo in un treppiede dotato di viti di livellamento per una regolazione orizzontale esatta, mentre sull'altro estremo una base rettangolare permette, tramite delle viti di supporto, di fissare l'asse di una ruota di bicicletta;
- 2) Una ruota di bicicletta di raggio $R=30$ cm;
- 3) Un set di masse variabili da 10g a 80g;
- 4) Un giroscopio MEMS collegato a un sistema a microprocessore programmato per la lettura dei dati del giroscopio e in modalità *server* e *access point* nella configurazione della rete per il trasferimento dei dati al computer;
- 5) Un laptop in modalità client con codice Python per l'acquisizione e l'analisi dei dati.

Lo scopo dell'esperimento è determinare il momento d'inerzia assiale I_z di una ruota di bicicletta $I_x = I_y \neq I_z$ (rotatore simmetrico) con asse principale d'inerzia fissato (moto del centro di massa nullo) (Sommerfeld A., 1984). La preparazione dell'esperimento richiede la seguente procedura: il sistema giroscopio + microprocessore è stato sistemato su una basetta millefori alla quale è stata collegata una pila da 9V necessaria per alimentare i componenti elettronici. Questo kit è stato fissato sulla ruota a una distanza $R=30$ cm dal suo centro, tramite del nastro biadesivo con velcro. Un dispositivo elettronico di massa equivalente, è stato disposto in una posizione simmetrica rispetto all'asse di rotazione in maniera da annullare il momento della forza peso generato dal primo dispositivo così da avere una situazione iniziale di equilibrio. Le misure saranno acquisite dal sensore, che sebbene nell'esperimento rappresenti un sistema di riferimento solidale alla ruota con l'asse X' che punta verso destra del dispositivo, l'asse Y' verticale e parallelo all'asta verso l'alto, e l'asse Z' ortogonale al piano formato dai primi due con

verso positivo se la rotazione avviene in verso antiorario, non è difficile trovare una relazione tra la velocità angolare ω'_z misurata in un punto della ruota che dista R dal centro dell'oggetto con la velocità angolare rispetto al baricentro della ruota (sistema di riferimento privilegiato). Infatti da considerazioni di meccanica dei corpi solidi (Landau, 1979; Goldstein, 1971), risulta che la velocità angolare con cui il sistema di coordinate solidale con il corpo ruota in un dato istante è assolutamente indipendente da questo sistema. Tutti i sistemi solidali con il corpo solido ruotano in un dato istante intorno ad assi mutuamente paralleli con la stessa velocità $\omega'_z = \omega_z$ in valore assoluto. Questa circostanza permette di chiamare a ragione ω_z , velocità angolare di rotazione del corpo solido come tale. Quindi le velocità angolari acquisite dal sensore ω'_z rispetto all'asse I'_z coincideranno con le velocità angolari ω_z della ruota, relative al momento di inerzia dell'asse principale di simmetria I_z passante per il baricentro.

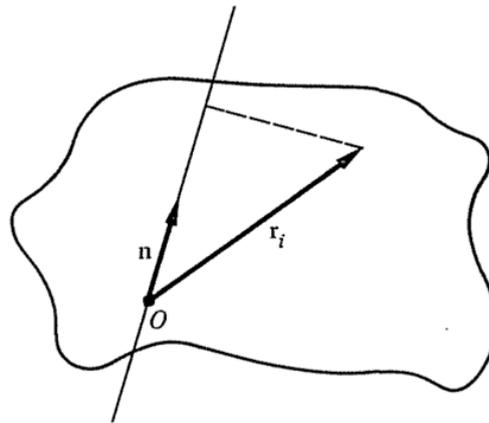


Figura 38. Rappresentazione di un generico punto distante dal baricentro.

Una volta preparato il sistema, la strategia per ricavare il momento di inerzia della ruota è fatta sfruttando l'esperimento del volano, dove al posto del disco omogeneo di metallo si è sostituito la ruota di bicicletta senza copertone. Un filo inestensibile e di massa trascurabile è stato avvolto attorno al cerchione della ruota al cui estremo è agganciato un cilindretto di massa $m = 10g$ attorno al quale è possibile aggiungere singoli dischetti di massa ciascuno di $m = 10g$ per raggiungere un carico massimo di massa pari a $m = 80g$. Il ruolo del pesetto è quello di generare un momento della forza peso sulla ruota. Riferendoci al sistema di equazioni del moto del volano (cap.3 §2), considerando come corpo rigido la ruota di bicicletta le equazioni diventano:

$$\begin{cases} m_i a = m_i g - T \\ I_{tot} \frac{d\omega}{dt} = Tr - M_r \end{cases}$$

con $I_{tot} = I_z + 2m_d R^2$ dove $2m_d R^2$ è il contributo dato dalla presenza delle due masse dei dispositivi, mentre M_r è il momento resistente dovuto alle forze d'attrito volvente e radente che si esercitano tra le superfici dell'asse e della ruota. Ricaviamo il modulo della tensione del filo dalla prima equazione e sostituiamola nella seconda:

$$I_{tot} \frac{d\omega}{dt} = r m_i (g - a) - M_r$$

Dall'assunzione di filo inestensibile e di massa trascurabile, la velocità angolare della ruota di bicicletta, la velocità lineare del peso e la sua accelerazione sono legati tra di loro dalla relazione:

$$\vec{\omega} = \frac{\vec{v}}{r}$$

e per le accelerazioni vale:

$$\alpha = \frac{d|\vec{\omega}|}{dt} = \frac{1}{r} \frac{dv}{dt} = \frac{a}{r}$$

Pertanto l'equazione del moto diventa:

$$I_{tot} \alpha = R m_i (g - R \alpha) - M_r$$

esprimendo α in funzione del momento di inerzia si ha:

$$\alpha = \frac{R m_i g - M_r}{(I_z + 2m_d R^2 + R^2 m_i)} \quad (4.1)$$

che è l'equazione di riferimento per la determinazione del momento di inerzia della ruota di bicicletta I_z e del momento resistente M_r .

Le incognite sono state determinate a partire da misure dirette di velocità angolari e tempo. Infatti, per ciascuno degli 8 valori della massa, sono state registrate 4 misure ripetute della coppia di valori (ω_z, t) . Essendo il moto della massa m_i un moto uniformemente accelerato, la velocità angolare della ruota ω_z in funzione di t ha un andamento lineare. In figura sono mostrati, a titolo di esempio, due acquisizione dati per valori della massa $m=60g$ e $m=80g$.

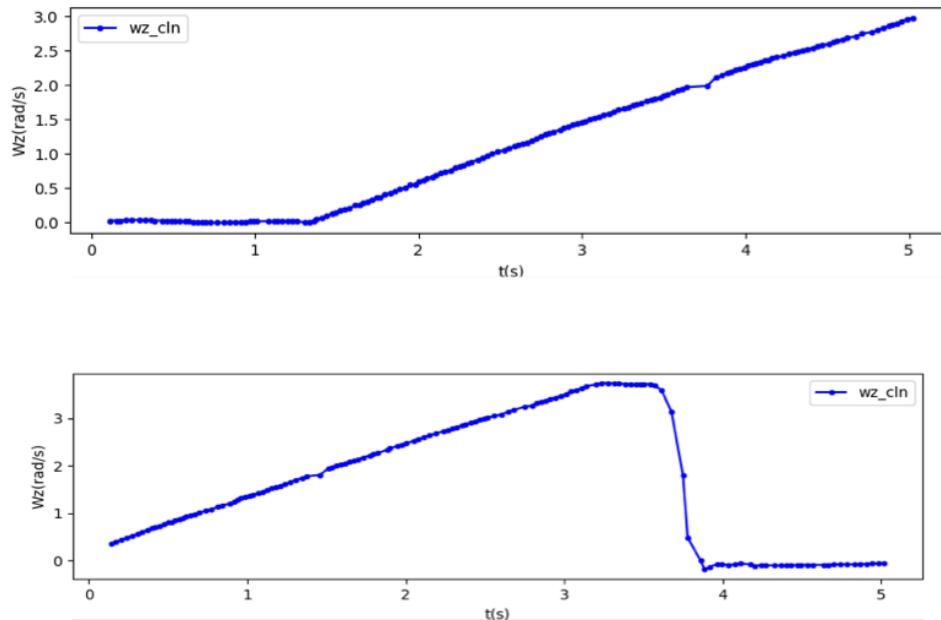
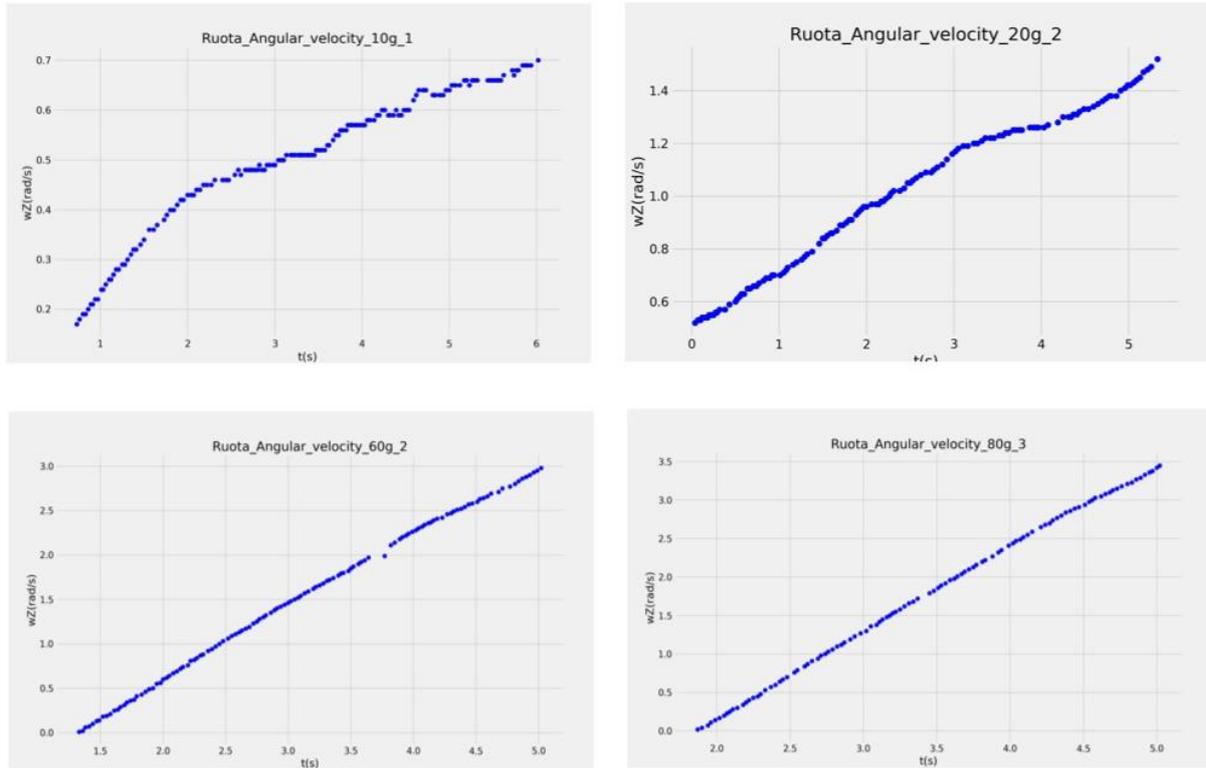


Figura 39. Valori di w_z in funzione del tempo di una ruota di bicicletta durante il moto di caduta di un grave. (a) valori della massa $m=60g$; (b) valori della massa $m=80g$.

Osservando le due acquisizioni dati si nota subito un aspetto che ha caratterizzato la presa dati: la non perfetta sincronia tra l'inizio(fine) del moto e lo start(stop) del codice di acquisizione. Infatti, come si nota dal primo grafico di figura 39, durante il primo secondo non è stata registrata nessuna rotazione, in quanto il pesetto non era stato ancora lasciato cadere. A volte l'acquisizione dati è durata più del previsto anche dopo la fine del moto, come è possibile riscontrare nella figura 39 in basso, dove si evince che sono stati acquisiti dei dati dopo che il corpo di massa m ha toccato terra. Per eliminare dall'analisi i punti non appartenenti al moto, è stato scritto un codice che ha permesso di modificare l'acquisizione dati selezionando solo i dati che rispecchiano l'andamento del moto. In figura sono rappresentati 4 prese dati per 4 diversi valori della massa.



L'aspetto sul quale è bene soffermarsi è la non perfetta linearità di ω_z al variare del tempo t . La spiegazione per un simile andamento si evince dal numeratore della relazione (4.1),

$$Rm_i g - M_r$$

da cui è chiaro che la differenza tra il momento della forza peso e il momento resistente, diminuisce al diminuire del valore della massa, e per tanto gli effetti dell'attrito sono più evidenti per i valori della massa più piccoli.

4.1.2 Analisi sperimentale

Una volta registrate le coppie di misura $(\omega_z, t)_i$ con $i = \{1, \dots, 8\}$ con ciascuna coppia di misura ripetuta 4 volte per un valore i fissato della massa, ogni set di dati è stato sottoposto a un'analisi statistica. Ricordiamo che l'errore sulla singola velocità angolare ω_z vale $\Delta_{wz} = 3\delta_{wzoffset}$, mentre, l'errore sui tempi è trascurabile in quanto il tempo di durata del programma di acquisizione dati dipende dalla frequenza di clock del microprocessore che è di circa 2,7 GHz per il laptop utilizzato. Come strumento di calcolo numerico è stato scritto un codice sfruttando le potenti librerie scientifiche di Python "scipy" e "numpy" che permettono di svolgere analisi di ottimizzazione di curve e test statistici con semplici comandi racchiusi in poche righe di codice. Il procedimento che è stato utilizzato è il seguente:

per il moto uniformemente accelerato del corpo di massa m e del conseguente moto di rotazione della ruota, esiste una relazione lineare tra la velocità angolare ω_z^i e l'accelerazione angolare α_z^i data dalla legge oraria:

$$\omega_z^i(t) = \alpha_z^i t_i$$

Per ricavare i valori di α_z^i , per ogni set di dati è stata effettuata una regressione lineare del tipo

$$y_i = a + bx_i$$

dove ipotizziamo che la pendenza $b = \alpha_z^i$ e l'intercetta $a=0$.

Per quanto riguarda l'errore sul parametro b è stato determinato applicando la formula:

$$\sigma_b = \sigma_y \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{\Delta}}$$

dove $\Delta = N \sum x_i^2 - (\sum x_i)^2$ mentre la σ_y è stata determinata a posteriori assumendo che la misura di ogni y_i è normalmente distribuita attorno al suo valore vero $a + bx_i$.

I valori ricavati per le accelerazioni angolari dei 32 fit lineari sono stati organizzati nelle 4 colonne della seguente tabella:

Massa, m	$(\alpha_z^1 \pm \varepsilon) \text{rad/s}^2$	$(\alpha_z^2 \pm \varepsilon) \text{rad/s}^2$	$(\alpha_z^3 \pm \varepsilon) \text{rad/s}^2$	$(\alpha_z^4 \pm \varepsilon) \text{rad/s}^2$	$(\bar{\alpha}_z \pm \varepsilon) \text{rad/s}^2$
10g	0.089±0.017	0.025±0.013	0.011±0.002	0.025±0.012	0.04 ± 0.03
20g	0.223±0.008	0.182±0.009	0.202±0.007	0.180±0.006	0.20 ± 0.02
30g	0.380±0.002	0.361±0.003	0.381±0.002	0.364±0.005	0.37 ± 0.01
40g	0.526±0.001	0.511±0.004	0.514±0.006	0.523±0.003	0.518 ± 0.007
50g	0.691±0.012	0.660±0.007	0.630±0.003	0.620±0.002	0.65 ± 0.03
60g	0.816±0.002	0.810±0.002	0.818±0.009	0.824±0.003	0.817 ± 0.006
70g	0.961±0.001	0.981±0.005	0.953±0.003	0.984±0.004	0.970 ± 0.013
80g	1.096±0.006	1.117±0.004	1.102±0.002	1.097±0.002	1.10 ± 0.01

Tabella 2. Accelerazioni angolari della ruota di bicicletta ottenuta tramite regressione lineare.

Successivamente, per ciascun valore della massa è stata effettuata la media dei 4 valori delle accelerazioni angolari e calcolata la relativa deviazione standard. Tali valori sono riportati nell'ultima colonna della tabella 2.

A questo punto, recuperando l'equazione 4.1:

$$\alpha_i = \frac{Rm_i g - M_r}{(I_z + 2m_d R^2 + R^2 m_i)}$$

abbiamo tutti gli elementi per poter effettuare una regressione non-lineare a due parametri, considerando le medie delle accelerazioni angolari $\bar{\alpha}_z$ come variabili dipendenti, le masse m_i come variabili indipendenti e come due incognite il momento di inerzia della ruota legato al parametro b dalla relazione: $b = I_z + 2m_d R^2$ e il momento M_r legato al parametro c dalla relazione $c = -M_r$. L'equazione diventa quindi:

$$\alpha_i = \frac{Rm_i g + c}{(b + R^2 m_i)} \quad (4.2)$$

In figura 41 sono rappresentati i risultati della regressione non lineare.

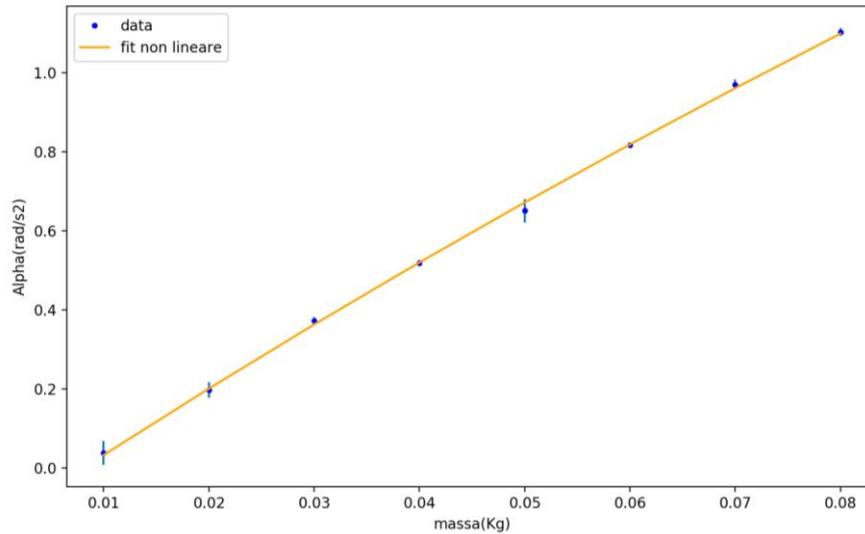


Figura 41. Risultati test non lineare per la determinazione del momento di inerzia assiale.

Come si evince dalla figura 41, la curva in arancione è il risultato di un fit-non lineare che tiene conto dei due parametri incogniti. Come è stato già anticipato nell'analisi delle velocità angolari, i risultati dell'analisi statistica confermano che la forza di attrito radente, e quindi il suo momento, non è trascurabile per la descrizione del fenomeno. I risultati numerici delle regressioni sono riportate nella seguente tabella:

Risultati Fit non lineare con momento resistente
$I_z = (0.150 \pm 0.003) Kg \cdot m^2$
$M_r = (0.023 \pm 0.001) N \cdot m$

Tabella 4. Risultati numerici della regressione non lineare.

I valori ottenuti per questa ruota di bicicletta non hanno un confronto in letteratura e pertanto non è possibile effettuare un test di confronto. A essere testato però è stato direttamente il metodo. Infatti, replicando la procedura mostrata in questo paragrafo su una ruota da laboratorio della casa produttrice *Leybold*, della quale si hanno dei riferimenti del momento d'inerzia assiale, è stato possibile verificare che i dati sperimentali ricavati sono in perfetto accordo con quelli riportati sulla scheda tecnica del produttore. Pertanto, questo risultato conferma la bontà della procedura e dei risultati sperimentali ottenuti per la ruota di bicicletta manchevoli di riferimenti.

C'è da notare che nonostante la relazione (4.2) è non lineare nelle masse m_i , la distribuzione dei dati e la curva ottimizzata segue invece un andamento lineare. Questo è possibile spiegarlo se si considera uno sviluppo in serie arrestato al primo ordine di approssimazione del denominatore dell'equazione (4.2), dove si è messo in evidenza il momento d'inerzia totale I_{tot} :

$$\frac{1}{I_{tot}(1 + \gamma)}$$

con $\gamma = \frac{R^2 m_i}{I_{tot}}$ con l'ipotesi che $\gamma \ll 1$.

L'equazione delle accelerazioni angolari in funzione delle masse allora assume la forma:

$$\alpha_i \approx (rgm_i - M_r) \left(1 - \frac{R^2 m_i}{I_{tot}}\right)$$

che è un'equazione “debolmente” quadratica in m_i in quanto il coefficiente del termine quadratico è proporzionale a γ . Da queste considerazioni ci sembra ragionevole che la distribuzione dei dati e il fit non lineare seguano un andamento lineare.

In conclusione, riferendoci all'equazione relativa alla conservazione del momento angolare per l'exhibit “Bicycle Wheel Gyro”:

$$I_{SS} = \frac{2I_R \vec{\omega}}{\vec{\Omega}_{SS}}$$

è ora possibile determinare il momento d'inerzia del sistema studente+sgabello I_{SS} , se si aggiunge al sistema un altro dispositivo MEMS sulla piattaforma rotante che misuri la velocità angolare del sistema studente-sgabello $\vec{\Omega}_{SS}$ e possa quindi monitorare la conservazione del momento angolare dell'intero exhibit.

4.2 Altre proposte di esperienze didattiche

Gli esempi che qui presentiamo in forma inevitabilmente sintetica rientrano come sperimentazioni qualitative di possibili percorsi didattici sulla cinematica e la dinamica. Questi esempi sono stati effettuati per testare le potenzialità dei dispositivi usati e dei codici sviluppati come futuri elementi di percorsi verticali. La comprensione dei concetti matematici e fisici che intervengono nello studio del moto è un processo e non un atto immediato. Ci sembra quindi naturale proporre, con un giusto equilibrio tra qualitativo e quantitativo, moti più complessi e

familiari. Sviluppare modi via via più precisi per caratterizzare i diversi moti condividendo significati e operazioni matematiche e fisiche. Correlare rappresentazioni diverse per lo stesso moto e poi rivisitare i moti studiati in modo da inquadrarli in uno schema teorico coerente.

4.2.1 Moto circolare

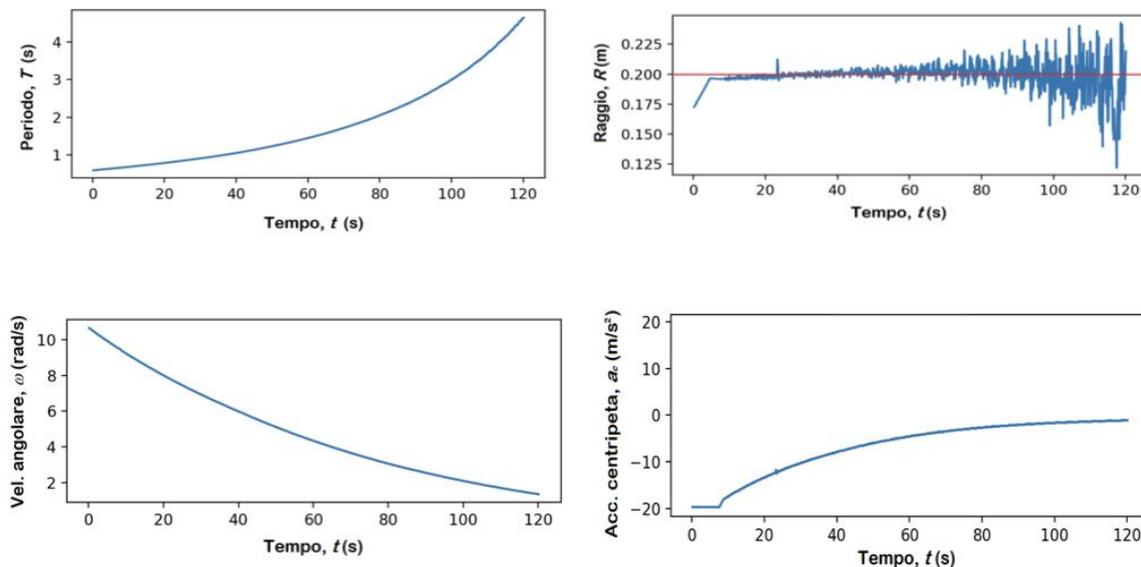


Figura 42. Descrizione di un moto circolare uniformemente decelerato.

In figura 42 sono riportati gli andamenti in funzione del tempo del periodo (fig.42a), del raggio (fig.42b), della velocità angolare (fig. 42c) e dell'accelerazione centripeta (fig.42d) acquisiti dal dispositivo su una piattaforma rotante in moto. I dati sono stati acquisiti attaccando il giroscopio e l'accelerometro MEMS sul bordo della piattaforma a una distanza di $R = 20\text{cm}$ dal centro, con l'asse x del sensore diretto nella direzione radiale. I dati sono stati trasferiti via Wi-Fi alla memoria del computer e graficati alla fine del moto della durata di 2 minuti.

Osservando i grafici dell'accelerazione centripeta e della velocità angolare in funzione del tempo si riconoscono gli andamenti di un moto circolare uniformemente decelerato, in cui non sono trascurabili gli effetti dell'attrito del mezzo (aria) e dell'attrito radente dell'asse di rotazione della piattaforma con il disco. È stata fatta anche una misura indiretta del raggio R , sfruttando la relazione tra l'accelerazione centripeta e la velocità angolare:

$$R = \frac{a}{\omega^2}$$

Dalla figura 42b si evince che il valore del raggio si mantiene costante (linea rossa) e che gli effetti dovuti al rumore del segnale trasdotto delle grandezze dirette è tanto più significativo quanto più il moto si svolge in un regime con velocità basse.

Una simulazione di questo moto è stata realizzata tramite il software 2D per la fisica *Algodoo* (scaricabile gratuitamente dal sito <http://www.algodoo.com>), che permette di modellizzare situazioni e processi in un universo fisico regolato dalla meccanica newtoniana grazie al metodo computazionale *Smoothed-particle hydrodynamics* (Lacoursièr C., 2007), basato su una formulazione tempo-discreta del principio variazionale della meccanica, che fornisce l'analisi di metodi di integrazione di basso ordine. Il software offre la possibilità di usare diversi strumenti quali:

- generare grafici di quantità fisiche rilevanti (ad es. accelerazioni, velocità lineari e angolari in funzione del tempo)
- cambiare l'aspetto e il materiale degli oggetti variando le dimensioni, la massa e la densità;
- inserire parametri come l'attrito del mezzo e l'interazione a distanza;
- studiare gli aspetti energetici dei corpi (ad es. energia cinetica lineare e rotazionale, energia potenziale)

È stato possibile quindi riprodurre il moto di un oggetto su una piattaforma rotante, prima in una situazione “ideale” priva di attriti e in un secondo momento, cercando di rendere la simulazione quanto più compatibile con l'esperienza realizzata in laboratorio.

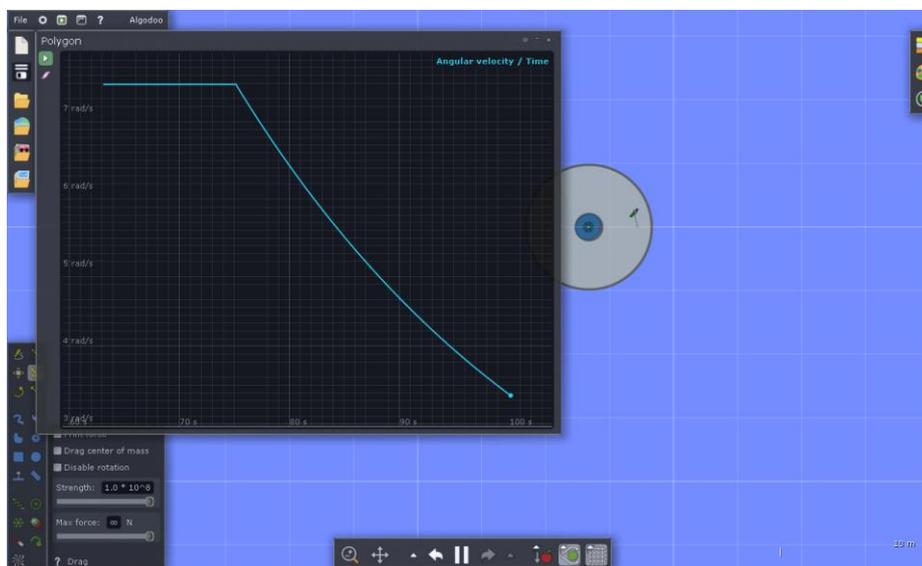


Figura 43. Simulazione del moto di un oggetto in rotazione su una piattaforma rotante con l'ambiente di simulazione *Algodoo*.

La grandezza fisica che è stata osservata è la velocità angolare dell'oggetto sulla piattaforma. Dal grafico si riconoscono due momenti distinti del moto: nella prima parte la velocità angolare dell'oggetto risulta costante pertanto la resistenza del mezzo è nulla, come ci aspettavamo.

Quando nell'ambiente di simulazione si introduce l'attrito volvente, la velocità angolare comincia a decrescere seguendo lo stesso andamento registrato dal sensore MEMS (figura 42c).

4.2.2 Moto armonico

Tra le esperienze didattiche possibili con l'impianto didattico proposto in questa tesi è possibile lo studio del moto armonico. La ruota di bicicletta con il sensore applicato su di essa può essere considerato un pendolo fisico. Infatti, fissato l'asse di rotazione principale della ruota e lasciando la ruota libera di ruotare sotto l'effetto della sua forza peso e di quella del sensore, è possibile registrare le componenti delle accelerazioni e delle velocità angolari e osservare il loro andamento in funzione del tempo. I risultati sono rappresentati nei grafici in figura 44. Il sensore registra un andamento sinusoidale o cosinusoidale tipico del moto armonico smorzato dovuto alla resistenza del mezzo e dell'attrito radente dell'asse di rotazione della ruota.

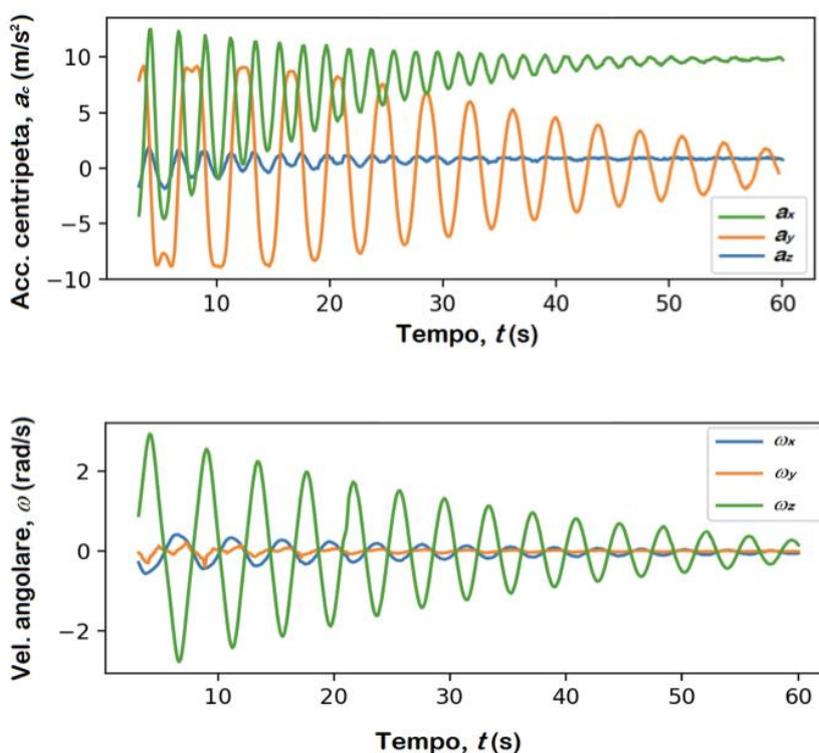


Figura 44. Moto armonico smorzato.

4.3 Riflessioni finali sulla proposta didattica

Gli esempi delle esperienze proposte, con approfondimenti diversi, si inseriscono in percorsi che permettono di affrontare concetti e fenomeni fisici che riguardano il rapporto tra forza e movimento. Per quanto riguarda la costruzione di concetti e competenze specifiche della matematica, l'attività di modellizzazione, che integra descrizioni qualitative globali e descrizioni

analitiche, risulta particolarmente ricca in riferimento ai seguenti aspetti:

- Talvolta le situazioni sperimentali risultano non immediatamente interpretabili. Negli esempi la presa dati da parte del sensore in un sistema di riferimento non inerziale e la contemporanea presenza degli attriti possono indurre in possibili errori di interpretazione dell'esperimento e quindi nel prevedere-interpretare i grafici del moto. Le competenze matematiche si rivelano decisive per chiarire diversi aspetti fisici: la correlazione tra i grafici di grandezze con le loro derivate e la possibilità di leggere la forza attraverso l'accelerazione (derivazione e integrazione grafica), con le informazioni ridondanti che aiutano a trovare conferme, sono le chiavi interpretative che anche gli esperti usano per districarsi nella fenomenologia (Balzano,2007)!
- Il concetto di funzione è legato all'esigenza di rappresentare come cambia una grandezza, e la sua comprensione è intimamente legata al significato dei processi inversi di derivazione e di integrazione con il teorema fondamentale del calcolo. Ad esempio (Balzano, Minichini, 2007) suggeriscono di partire proprio dalle idee che i ragazzi hanno di distanza, velocità e accelerazione per utilizzare simulazioni al computer che integrando aspetti grafici e numerici permettono di introdurre precocemente gli elementi di base del calcolo. Negli esempi appena presentati gli studenti hanno la possibilità di programmare, risolvere numericamente operazioni di derivazione e integrazione e correlare globalmente grafici di funzioni e di lavorare visualizzando e calcolando pendenze di rette tangenti e aree sottese da grafici. Ciò dovrebbe aiutare a costruire un concetto di funzione legato in modo dinamico a un processo e a un ragionamento covariazionale (imparando a controllare variazioni di due grandezze correlate) piuttosto che a un concetto statico (ad esempio vedendo la funzione come regola per ottenere un valore da una formula).
- La possibilità di costruire in tempo reale la traiettoria imparando a descrivere fenomeni attraverso lo spazio delle fasi può aiutare sia a dare significato ad equazioni di coniche, spirali, ecc. sia ad acquisire competenze per descrivere attraverso forme ed equazioni matematiche comportamenti di sistemi standard e complessi.

Conclusioni

Il progetto di tesi rientra nell'ambito della didattica della fisica, in particolare, si focalizza sul processo di modellizzazione che porta a studiare-costruire modelli in ambienti di simulazione, programmare hardware per la realizzazione di strumenti di misura digitali e scrivere codici per la progettazione di ambienti di acquisizione automatica di dati sperimentali. È una proposta di insegnamento multidisciplinare che integra matematica, fisica e sviluppo di competenze digitali le cui finalità didattiche possono essere riassunte in questo modo:

- a) usare simboli e operazioni con oggetti/concetti matematici che diventano via via familiari per esplorarne le proprietà e per aiutare a sviluppare ragionamenti formali;
- b) esplorare e costruire modelli fisici e matematici studiando comportamenti ed evoluzione di sistemi e fenomeni (anche complessi) legando i risultati che si ottengono alle scelte fatte;
- c) usare in modo critico strumenti e ambienti di modellizzazione impadronendosi dei principi di funzionamento, al fine di riconoscerne potenzialità, vincoli e limiti legati alla matematica, alla fisica e alla tecnologia (software e hardware con un giusto equilibrio).

Dal punto di vista didattico ed espositivo le soluzioni proposte permettono di lavorare almeno sui seguenti piani tra loro correlati:

- la percezione senso-motoria che permette di “vivere” e dare significato a grafici, concetti e operazioni matematiche;
- il coinvolgimento emotivo, le esperienze possono essere realizzate in piccolo o in grande gruppo, utilizzando un grande schermo e coinvolgendo l'intera classe in attività che emozionano e divertono mentre si impara condividendo significati e “scoperte”;
- la rappresentazione grafica e la multi rappresentazione di fenomeni e concetti. Sono spesso da interpretare insieme più grafici dello stesso moto, ad esempio quelli delle tre componenti dell'accelerazione e della velocità angolare;

La necessità di coinvolgere gli studenti sul piano percettivo-motorio e su quello emotivo si basa sull'esigenza di valorizzare stili e approcci attraverso la **multi rappresentazione**. L'uso di vari registri (verbale, visivo, motorio, interpersonale, uso delle nuove tecnologie) riteniamo possa attivare potenzialità diverse con maggiori probabilità di coinvolgere chi apprende e di favorire una memorizzazione stabile. Il comprendere è un processo complesso che coinvolge diverse funzioni e le strategie di insegnamento devono essere flessibili e mirate. Senza rinunciare agli aspetti formativi e formali della matematica e della fisica occorre che si entri in risonanza con chi deve apprendere: valorizzando ciò che naturalmente sa fare e ciò che ha già imparato anche in altri contesti. Lo studio del movimento dal punto di vista fisico e matematico costituisce

un terreno fertile per esplorare le potenzialità del metodo di insegnamento e di apprendimento proposto in questo lavoro di tesi, che cerca di integrare/valorizzare l'intelligenza visiva e spaziale (concreta e più antica in termini evolutivi) e quella logico-linguistica (astratta e più recente in termini evolutivi). La possibilità di programmare dei dispositivi capaci di misurare in tempo reale le accelerazioni, le velocità angolari e gli spostamenti può sviluppare quasi inconsapevolmente la capacità di tradurre il pensiero formale in pensiero pratico e viceversa. Questa sintesi non fornisce semplicemente una motivazione ma può fare molto di più per l'apprendimento scientifico: *“Se i bambini potessero vedere le coordinate geometriche cartesiane come qualcosa di non totalmente estraneo alle loro personali esperienze quotidiane, questo non solo renderebbe Cartesio più significativo, ma, nello stesso tempo, li aiuterebbe a considerare se stessi più significativi”* [Papert].

Gli esempi proposti (cap.3-4), sono solo alcuni esempi di esperienze che saranno sviluppati e portati in contesti informali (museo interattivo) e formali (scuola, da quella dell'infanzia alla secondaria superiore; università nei corsi di laurea in fisica e matematica) interagendo con il lavoro degli insegnanti e sulla progettazione di ambienti di apprendimento che permettano lo scambio e la condivisione di esperienze e significati.

Gli esempi vogliono essere degli spunti e dei contributi per un confronto teso allo sviluppo di proposte di curriculum di matematica e fisica coerenti e sinergici che aiutino a comprendere nello studio (sia autonomo sia integrato) delle due discipline. Con l'utilizzo mirato delle nuove tecnologie a basso costo, sarà possibile strutturare sistemi per lo studio del moto che integrano l'uso di trasduttori e di telecamere, con l'obiettivo di poter arricchire l'analisi con la correlazione di aspetti diversi quali immagini di persone e oggetti, traiettorie, grafici di cinematica, con l'ambizione di creare una realtà aumentata dove lo studente sarà completamente immerso nell'esperienza di apprendimento.

Bibliografia

Autori (ordine alfabetico)

- [1] Arons A.(1992), “Guida all’insegnamento della fisica”. Ed. Zanichelli.
- [2] Arons A. (1995), *Generalizations to Be Drawn from Results of Research on Teaching and Learning* [pag.1-9], in *Proceedings of an international conference on Thinking Science for Teaching: The Case of Physics*, a cura di Bernardini C., Tarsitani C., Vicentini M., Plenum Press New York. ISBN 978-1-4613-5786-5.
- [3] Balzano E. (2007), *Concetti e competenze matematiche nella modellizzazione di fenomeni fisici. La multi-rappresentazione nello studio del moto. XXIV Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica*. <http://www.dm.unito.it/semdidattica/balzanof.pdf>
- [4] Blikstein P., Fuhrmann T. (2012), Greene D., Salehi S., *Bifocal Modeling: Mixing Real and Virtual Labs for Advanced Science Learning*, Transformative Learning Technologies Lab (TLTL), Stanford University.
- [5] Blikstein P. (2012), *Bifocal Modeling: A Study on the Learning Outcomes of Comparing Physical and Computational Models Linked in Real Time*, Stanford University.
- [6] Blikstein P., Wilensky U., *Bifocal modeling: a framework for combining computer modeling, robotics and real-world sensing*, Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling- Northwestern University 2120 Campus Drive – Evanston, IL, USA.
- [7] Brasken M., Porn R. (2017), *Studying rotational dynamics with a smartphone—accelerometer versus gyroscope*, Phys. Educ. 52 045024, 2017.
- [8] Dehaene S. (2000), *Il pallino della matematica*, Mondadori.
- [9] Dehaene, S., Izard, Pica, P., Spelke, E. (2006), *Core knowledge of geometry in an Amazonian indigene group*, Science (20 Jan.).
- [10] Dori Y., Belcher J. (2015), *How Does Technology-Enabled Active Learning Affect Undergraduate Students’ Understanding of Electromagnetism Concepts?*, The Journal Of The Learning Sciences, 14(2), 243–279
- [11] Fiore G., *Cinematica dei moti rigidi e vincolati*, Corso di Fisica Matematica per Ingegneria Aerospaziale, Università di Napoli, Federico II.
- [12] Fraser et al., *Teaching and physics education research: bridging the gap*, Reports on Progress in Physics Rep. Prog. Phys. 77 (2014) 032401 (17pp).

- [13] Georgieva I., Hofreither C., Ilieva T., Ivanov T., Nakov S., (2013) *Laboratory calibration of a MEMS accelerometer sensor*, Institute of Mathematics and Informatics, Bulgarian Academy of Sciences
- [14] Gershenfeld N. (2014), Krikorian R., Cohen D., *The Internet of Things*, Scientific American.
- [15] Gershenfeld N. (2000), *The Physics of Information Technology*, Cambridge, Cambridge University Press
- [16] Goldstein H., *Meccanica Classica*, Bologna, Zanichelli, 1971
- [17] Gouillart E., Varoquaux G., Vahtras O., *Scientific Python - Scipy Lecture Notes*, Creative Commons(CC), 2017
- [18] Grahn E., (2017), *Evaluation of MEMS accelerometer and gyroscope for orientation tracking nutrunner functionality*, Examensarbete Inom Elektroteknik, Grundnivå, 15 Hp
- [19] Hestenes D. (1992), Force Concept Inventory, The Physics Teacher.
- [20] Hestenes D. (1995), *Modeling Software For Learning And Doing Physics* [pag.25-55], in *Proceedings of an international conference on Thinking Science for Teaching: The Case of Physics*, a cura di Bemardini C.Tarsitani C., Vicentini M., Plenum Press New York. ISBN 978-1-4613-5786-5.
- [15] Hipschman R.(1983), the Exploratorium Staff, *Exploratorium Cookbook II- A construction Manual for Exploratorium Exhibits*, San Francisco, The Exploratorium.
- [16] Lacoursièr C. 2007, *Ghosts and machines: regularized variational methods for interactive simulations of multibodies with dry frictional contacts*, MIT-Huset, Umeå University, Umeå.
- [17] Looney M. (2010), *A Simple Calibration For Mems Gyroscopes*, Analog Devices.
- [18] Martinez S., Stager G., (2013), *Invent to Learn- Making, Tinkering, and Engineering in the Classroom*, St. Barbara, Constructing Modern Knowledge Press, 2013.
- [19] Monteiro M., Cabeza C., Marti A., *Exploring phase space using smartphone acceleration and rotation sensors simultaneously*, European Journal Physics 35 (2014) 045013 (9pp), 2013, doi: 10.1088/0143-0807/35/4/045013.

[20] Organtini G. (2016), *Scientific Arduino programming- Arduino programming for scientists. A free addendum to Scientific Programming*, Sapienza Università di Roma & INFN Sez. di Roma.

[21] Rahmawati R. (2017), *The Use of Classroom Assessment to Explore Problem Solving Skills Based on Pre-Service Teachers' Cognitive Style Dimension in Basic Physics Course*

[22] Resnick M., *Lifelong Kindergarten- Cultivating Creativity through Projects, Passion, Peers and Play*, Londra, The MIT Press Cambridge, 2017

[23] Silvestrini V. (2013), Mencuccini C., *Meccanica e Termodinamica*, Bologna, Zanichelli.

[24] Sommerfeld A., 1984, *Lezione di fisica teorica-Meccanica, volume primo (I)*, Bologna, Zanichelli.

[25] Papert S., *MindStorms-Bambini computers e creatività*, via S. Maurilio,13-Milano, Emme Edizioni s.r.l., 1984.

[26] Pieter P. 2017, *A Beginner's Guide to the ESP8266*, Creative Commons(CC), 2017.

[27] Trusov A. (2011), *Overview of MEMS Gyroscopes: History, Principles of Operations, Types of Measurements*, MicroSystems Laboratory, Mechanical and Aerospace Engineering University of California.

[28] Van Dusen, R. S. Barthelemy, and C. Henderson, “*Educational Trajectories of Graduate Students in Physics Education Research*,” *Phys. Rev. ST Phys. Educ. Res.* 10 20106 (2014).

[29] Zabunov S. (2010), *Rigid Body Motion in Stereo 3D Simulation*, *European Journal of Physics*, v31 n6 p1345-1352.

Riviste e Gruppi di ricerca

[27] PRIME Faraday Partnership (2002), *Technology Watch - An introduction to MEMS*, Wolfson School of Mechanical and Manufacturing Engineering Loughborough University, Loughborough, Leics LE11 3TU, 2002. ISBN 1-84402-020-7.

[28] InvenSense Inc., *MPU-6000 and MPU-6050 Product Specification Revision 3.4*, Numero Documento: PS-MPU-6000°-00. Revisione: 3.4. InvenSense Inc. 1197 Borregas Ave, Sunnyvale, CA 94089 U.S.A., 2013.

[29] InvenSense Inc., 2013, *MPU-6000 and MPU-6050 Register Map Revision 3.4*, Numero Documento: PS-MPU-6000°-00. Revisione: 3.4. InvenSense Inc. 1197 Borregas Ave, Sunnyvale, CA 94089 U.S.A.

[30] Leybold, *Meccanica. Dinamica dei moti di Rotazione: Moto del Giroscopio 1.4.4-1*, Scheda tecnica.

[31] Leybold, *Meccanica. Dinamica: Giroscopio 1.4.4-2*, Scheda tecnica.

[32] www.astro.unipd.it/cirot/spfis1/sperI_volano.pdf, *Misura del momento di inerzia e del momento di attrito di un volano.*

[33] <http://www.roma1.infn.it/cms/delre/didattica/Lab14-15/volano.pdf>, *Studio del moto di un volano*

[34] Zurich Instruments, (2015), *Control of MEMS Coriolis Vibratory Gyroscopes- Application Note.*

Sitografia

Materiali del Progetto MIUR-LES- Realizzazione di Laboratori per l'Educazione alla Scienza (coordinatore scientifico E. Balzano) sono sperimentati e prodotti da una rete di scuole coordinate da ricercatori in didattica, nel sito www.les.unina.it.

Algodoo: <http://www.algodoo.com>

Arduino: <https://www.arduino.cc>

Arduino-MPU-6050: <http://playground.arduino.cc/Main/MPU-6050>

Arduino-Wire Library: <https://www.arduino.cc/en/Reference/Wire>

Calibrazione sensore: <https://thecavepearlproject.org/2015/05/22/calibrating-any-compass-or-accelerometer-for-arduino/>

Community Forum ES8266: <https://www.esp8266.com/viewforum.php?f=25>

Esp8266 con MPU6050: <https://www.electronicwings.com/nodemcu/mpu6050-interfacing-with-nodemcu>

InvenSens: <https://www.invensense.com/products/motion-tracking/6-axis/mpu-6050/>

NetLogo: <https://ccl.northwestern.edu/netlogo/>

ScratchX: <https://scratchx.org>

Protocollo di comunicazione I2C: <http://www.gammon.com.au/forum/?id=10896#i2csummary>

Python: <https://www.python.org>

Python con Arduino: <http://www.toptechboy.com/using-python-with-arduino-lessons/>

Python http Requests: <http://it.python-requests.org/it/latest/>

The Tinkering Studio Projects: <https://www.exploratorium.edu/tinkering/projects/>

Transformative Learning Technologies Lab: <https://tfl.stanford.edu/project/fablearn-labs>

Codici

In pieno accordo con le licenze *creative commons*, i software sviluppati per questo lavoro di tesi sono a disposizione della comunità *open-source* e sono reperibili dal sito <https://github.com/> ricercando l'account "Didattica_Fisica_Napoli".

Ringraziamenti

Giorni fa, quando ho iniziato a scrivere queste note, mi sono detto che stavo per iniziare a scrivere la parte più difficile della tesi. In questi anni la vita accademica ha ricoperto una buona parte del tempo, e ricordare il percorso che oggi è giunto al termine, rivivendo ogni esperienza significativa con le tante persone che ho incontrato fuori e dentro l'università, non è semplice. Non so se riuscirò a dedicare abbastanza spazio per chi, lungo questa strada fatta di ripide salite e dolci discese, ha condiviso con me tempo, gioie e dolori. Le persone che ho incontrato, a partire da quelle con le quali condivido la maggior parte del tempo a quelle con le quali riesco a scambiare solo qualche parola, costituiscono, oggi, la mia ricchezza. Ho deciso di rivivere questi incontri e ringraziare le persone che hanno fatto parte del mio cammino, in rewind. Comincio quindi dagli ultimi incontri, quelli più delicati perché arrivano quando sei alla fine del percorso e contribuiscono al modo in cui taglierai il traguardo. Grazie a Emilio e Gabriele per aver creduto in un lavoro che partiva da zero e aver dato forma e sostanza a un'idea. Grazie a Marco, Anna, Eliana e Ciro, per aver orientato la mia strada nella direzione giusta. Succede che lungo il tragitto cadi e ci sono delle persone che decidono di prenderti per mano, e cominciare a camminare insieme, fianco a fianco. Grazie Giusy, per aver messo un vigile in quegli incroci pericolosi, dove c'era il rischio di farsi male. Grazie ad Amina e Francesca, per avermi aiutato a mettere ordine nel caos. Grazie ai ragazzi e le ragazze di Scampia e Forcella, che hanno reso la strada meno ripida. A volte guardiamo troppo spesso verso un'unica direzione, perdendo il valore delle persone che ci circondano. Durante questo percorso, ci sono stati tanti momenti in cui è stato importante fermarsi e condividere con altri paure passate e sogni futuri. Grazie ad Alessandro, che trasforma i momenti di pausa in teatri di narrazione aperti e sinceri. Grazie a Giorgio, dal quale ho imparato che dallo scontro si esce più forti. Grazie a Severino, che dal racconto di "otticache passione", ho capito che anche io dovevo trovare la mia, di passione. Grazie ai fratelli Cozzolino, per aver allietato le nostre bracciate con il vino di Franchetiello. Grazie a Roberta e Antigone, per avermi "internazionalizzato". Grazie a Mattia, che è più in gamba di quanto crede. Grazie a Vittorio, per i suoi giochi di luce, colore e visione. Grazie a Michele, Luigi, Giampasquale, Milena, Giorgia, Rebecca, Manuela per aver dato energia alle nostre attività di divulgazione e post-divulgazione. Grazie agli amici di sempre Adriano, Stefano, Luca, Dario e Andrea, per i momenti di crescita e scoperta. Un viaggio così impegnativo doveva per forza avere dei luoghi dove riposarsi e sentirsi a casa. Grazie a Napoli, ai suoi mille luoghi, odori e colori. Grazie alla famiglia Esposito, che mi ha accolto e fatto sentire fin da subito un vero stabiese. Ma soprattutto, grazie alla mia di casa, ai miei fratelli, Marco e Alessandro, e ai miei genitori, le persone più importanti, che nonostante le grandi difficoltà, ci sono sempre state. Questo traguardo è anche loro e per loro.