Geometry and Physics: a didactic proposal

Relatori:
Prof. Emilio Balzano
Prof. Rodolfo Figari

Candidato:
Ivano Vettigli

Cosa insegnare nelle scuole?

"Il percorso didattico comprenderà le conoscenze sviluppate nel XX secolo relative al microcosmo e al macrocosmo, accostando le problematiche che storicamente hanno portato ai nuovi concetti di spazio e tempo, massa ed energia … L'affermarsi del modello del quanto di luce potrà essere introdotto … L'evidenza sperimentale della natura ondulatoria della materia … ed il principio di indeterminazione potrebbero concludere il percorso in modo significativo."

Indicazioni nazionali riguardanti gli obiettivi specifici di apprendimento concernenti le attività e gli insegnamenti compresi nei piani degli studi previsti per i percorsi liceali.

Corso formazione-autoformazione

- Discussioni, tra docenti e ricercatori, su proposte di revisione dei curricula di fisica e matematica nei licei, traendo spunto da attività laboratoriali già sperimentate come quelle del progetto LES (Laboratori per l'Educazione Scientifica)

- Sperimentazione delle attività in aula da parte dei docenti

- Condivisione delle esperienze fatte e produzione di relativa documentazione

Metodologia didattica proposta

- Attività laboratoriali che stimolino la modellizzazione
- Formalizzazione graduale dei concetti e delle competenze acquisite
- Focus sui crosscutting concepts:
  - Principi di conservazione
  - Invarianze
  - Trasformazioni geometriche
  - Causa ed Effetto
  - Sistemi e modelli
  - Struttura e funzione

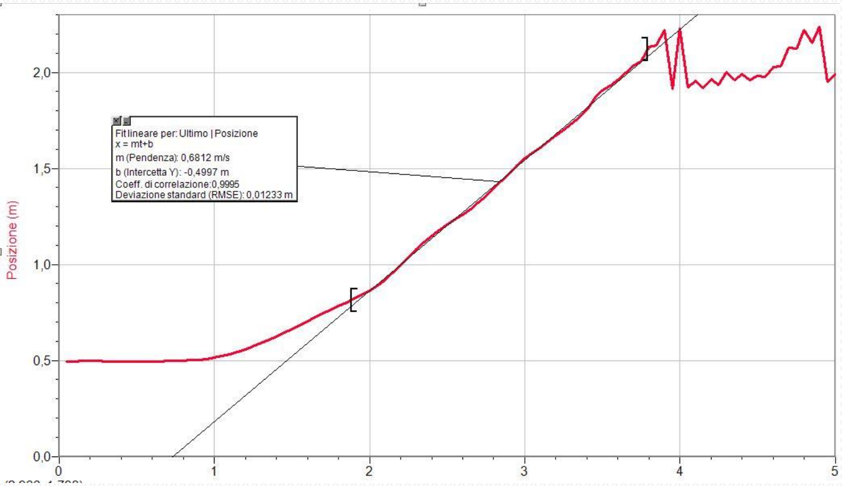
Introduzione alla relatività

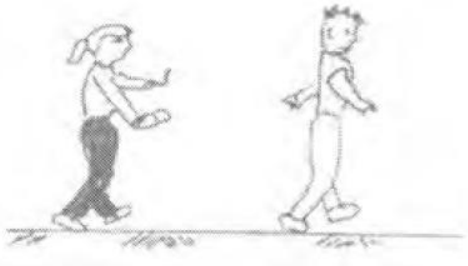
- Trasformazioni di Galileo e legge di conservazione della quantità di moto
- Meccanica Newtoniana
- Onde elettromagnetiche
- Trasformazioni di Lorentz e conservazione del quadrivettore energia-impulso
- Meccanica relativistica
- Geometrie sferica
- Geometria iperbolica
- Relatività generale

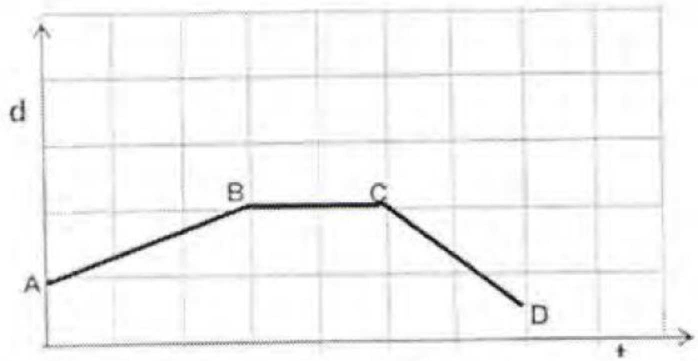
Il sensore di movimento

- Il sensore invia degli ultrasuoni e ne rivela l’eco. In base al tempo di percorrenza calcola la distanza.

Trasformazioni di Galileo







- Non possiamo sapere se il sensore è fermo o in moto
- Le trasformazioni di Galileo sono rotazioni nel piano spazio-tempo

Conservazione della quantità di moto e meccanica

- Se la quantità di moto e l'energia si conservano in un sistema di riferimento, si conserveranno anche in tutti gli altri che si muovono con velocità uniforme rispetto a questo

- Da queste leggi di conservazione seguono i tre principi della dinamica

- Si potranno in seguito generalizzare le trasformazioni di Galilei con le trasformazioni di Lorentz e la conservazione della quantità di moto con quella del quadrivettore energia-impulso.

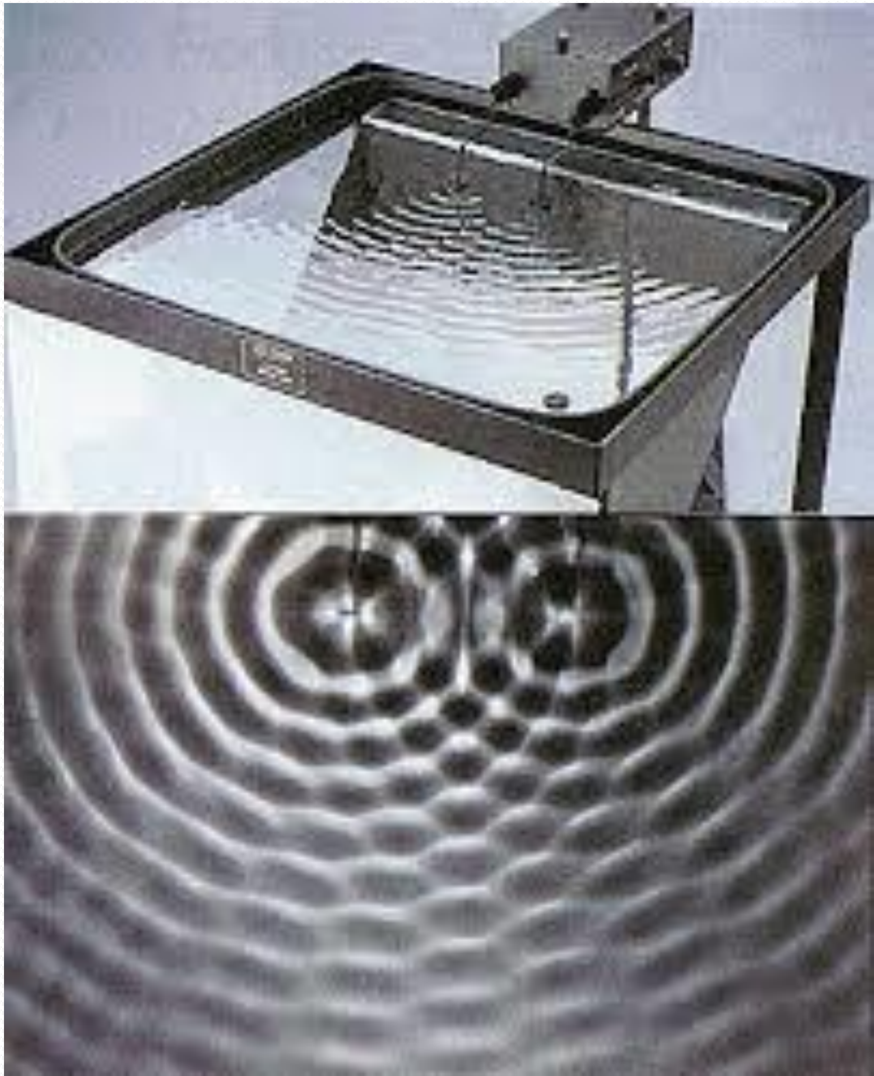
Le onde

- Le onde meccaniche possono essere studiate anche con strumenti semplici come le slinky

- Risulta più semplice poi la modellizzazione delle onde elettromagnetiche

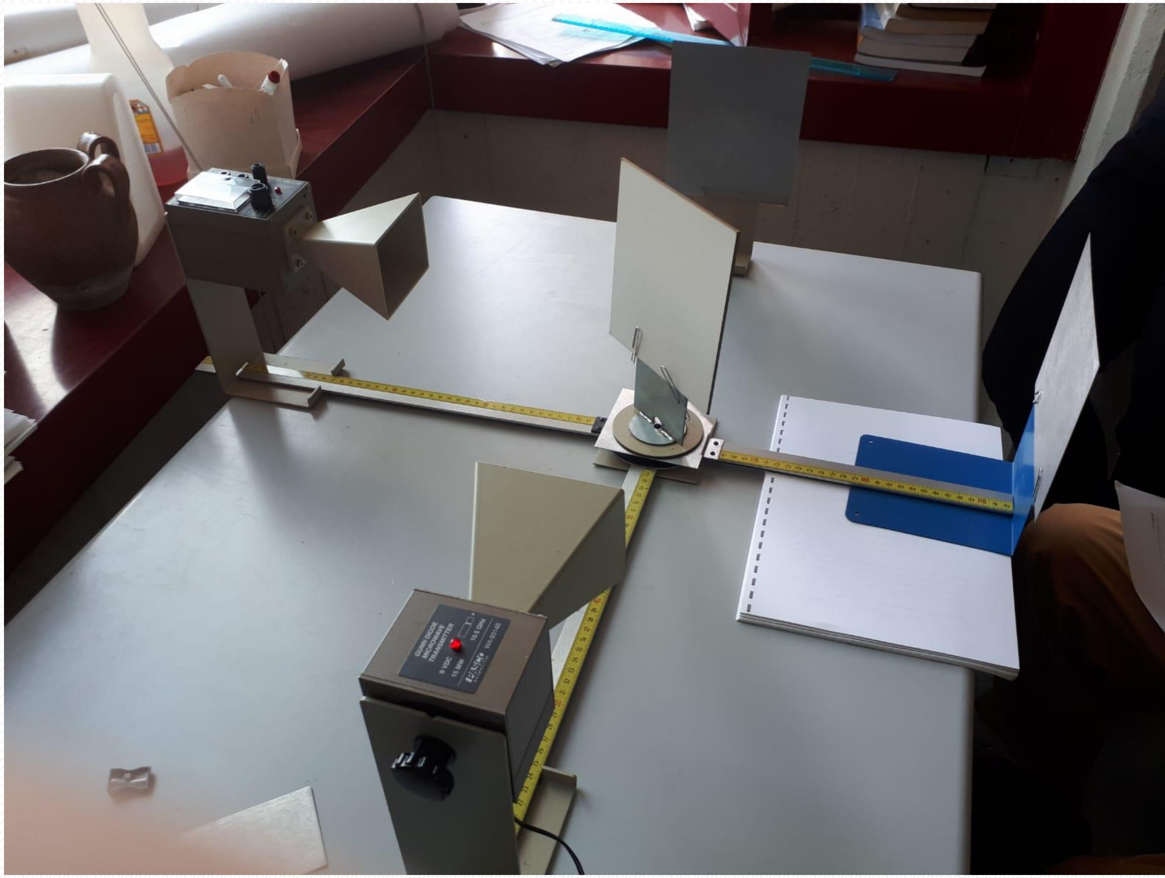
L’ondoscopio

- È essenziale creare un ponte tra le esperienze di fisica classica e quelle di fisica moderna
- Uno strumento come l’ondoscopio, permette di effettuare esperimenti quantitativi su diffrazione e interferenza
- Tali concetti possono giocare un ruolo fondamentale nell’introduzione della meccanica ondulatoria



Interferometro di Michelson

- Per studiare le onde elettromagnetiche oggi è possibile utilizzare strumentazioni sofisticate ma non troppo costose come il banco ottico delle micro-onde

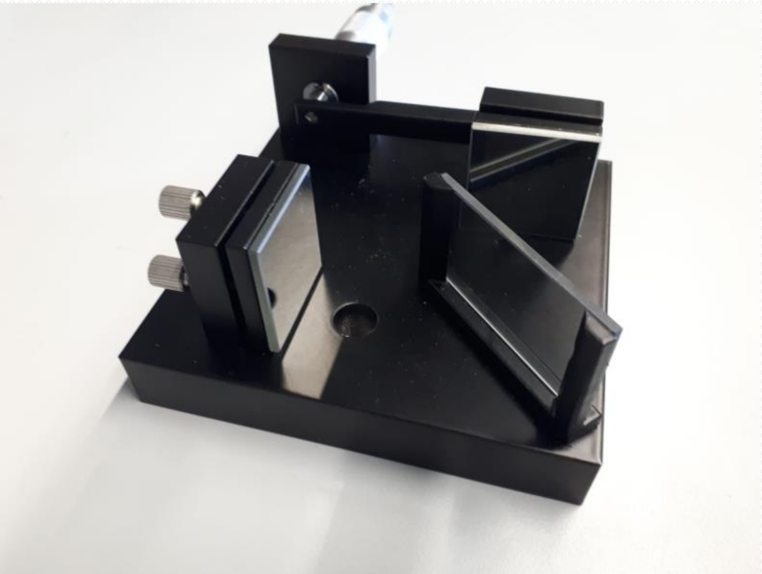


Trasformazioni di Lorentz

$$x' = \frac{x - ut}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$



$$t' = \frac{t - \frac{u}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

Le trasformazioni di Lorentz non sono semplici rotazioni, in quanto lasciano invariate le rette per cui |u|=|c|

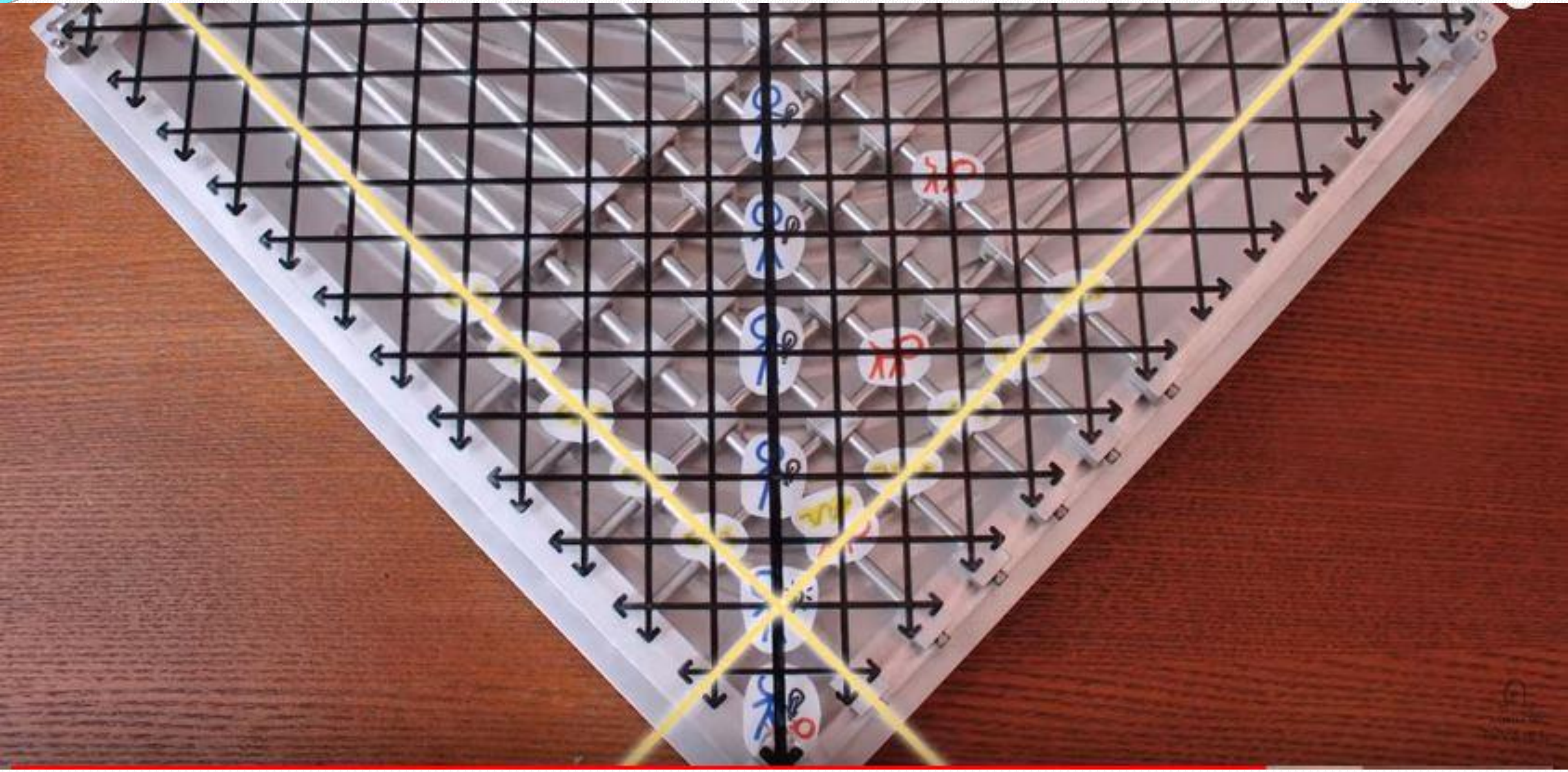


Immagine presa dal video “Lorentz Transformations | Special Relativity Ch. 3” del canale YouTube “minutephysics”. Il “Globo spazio-tempo” è stato realizzato dallo Youtuber Mark Rober

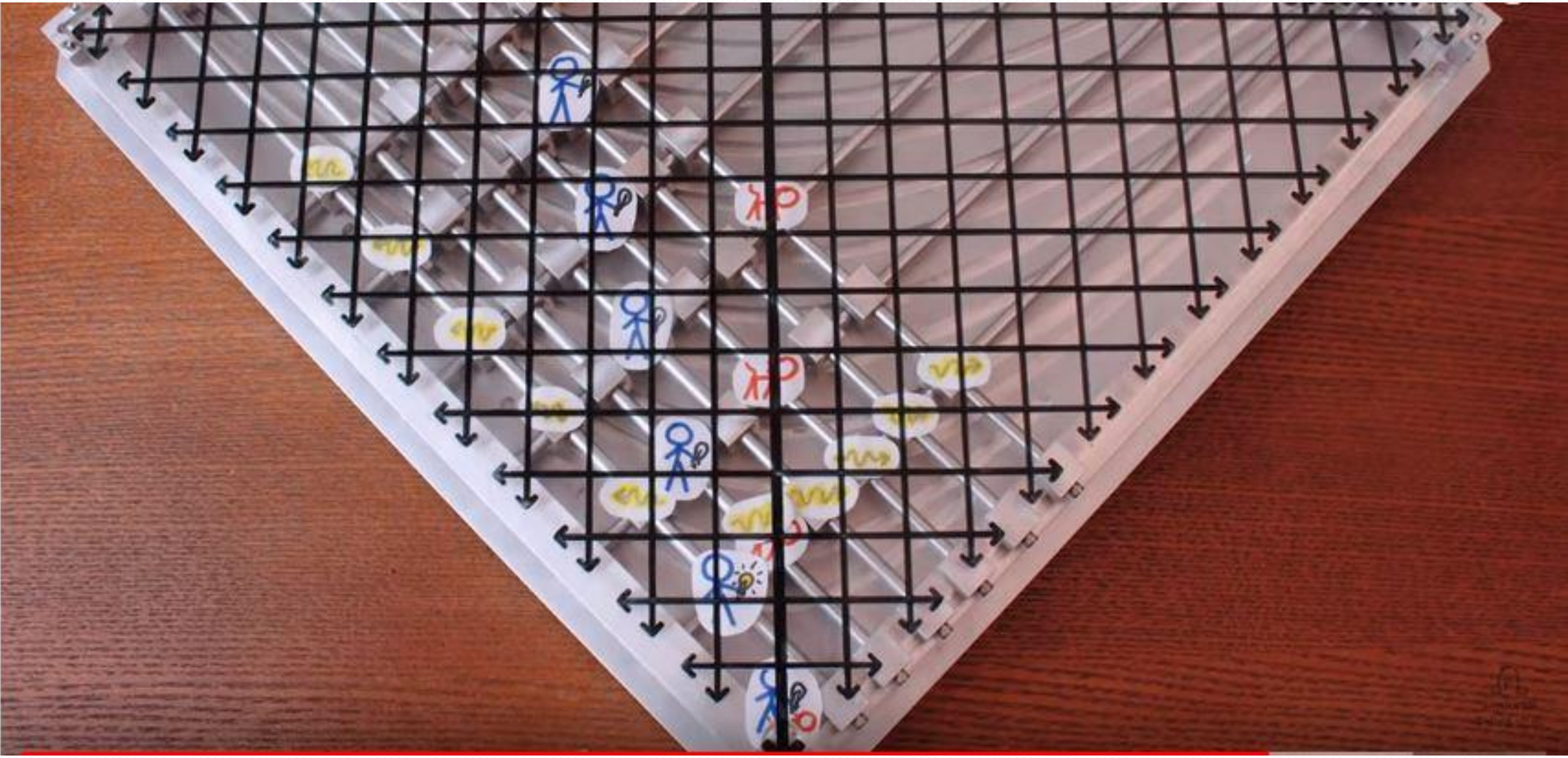


Immagine presa dal video “Lorentz Transformations | Special Relativity Ch. 3” del canale YouTube “minutephysics”. Il “Globo spazio-tempo” è stato realizzato dallo Youtuber Mark Rober

Segnatura della metrica di Minkowski

- È possibile introdurre la metrica di Minkowski con una matematica elementare

$$c = \frac{ds}{dt} = c' = \frac{ds'}{dt'}$$

- A questo punto è possibile introdurre i quadrivettori e far vedere, in modo analogo al caso dei vettori, che il modulo è invariante per trasformazioni di Lorentz

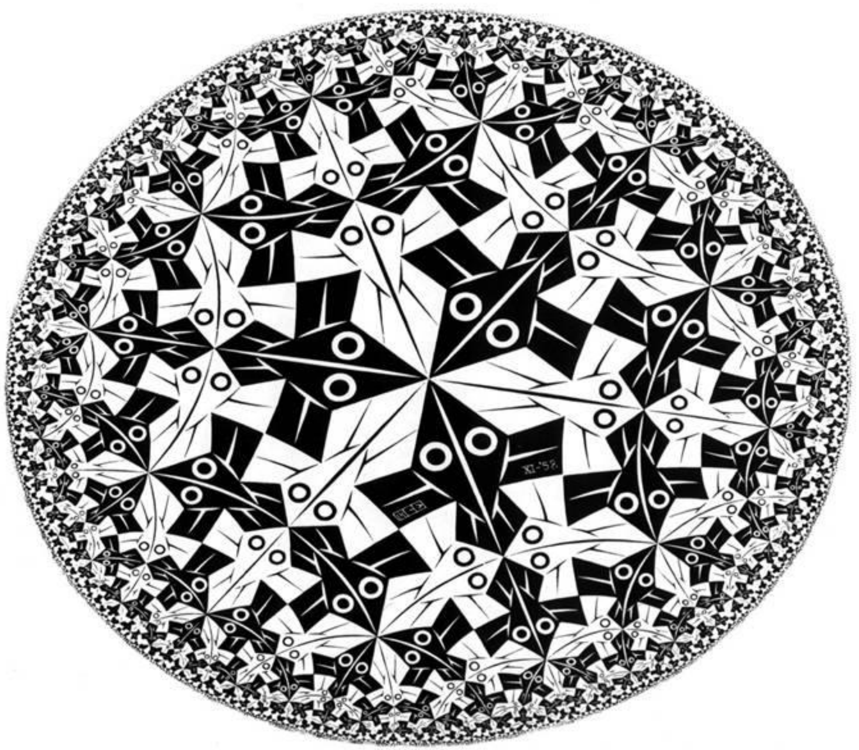
$$cdt' - ds' = cdt - ds$$

Meccanica relativistica

- Per concludere, è possibile introdurre il quadrivettore energia impulso e derivare $E=mc^2$

Terza attività-Geometrie non-Euclidee

- Spesso, nelle introduzioni alle geometrie non-Euclidee si parte dai tentativi di dimostrare il V postulato di Euclidee, fino a giungere al tentativo di dimostrazione per assurdo di Saccheri e al lavoro di Lobachevsky



- Noi abbiamo usato un approccio più “fisico”

Misure su di una sfera

- È stato chiesto ai ragazzi di effettuare varie misure sulla sfera, come trovare la distanza fra Roma e New York

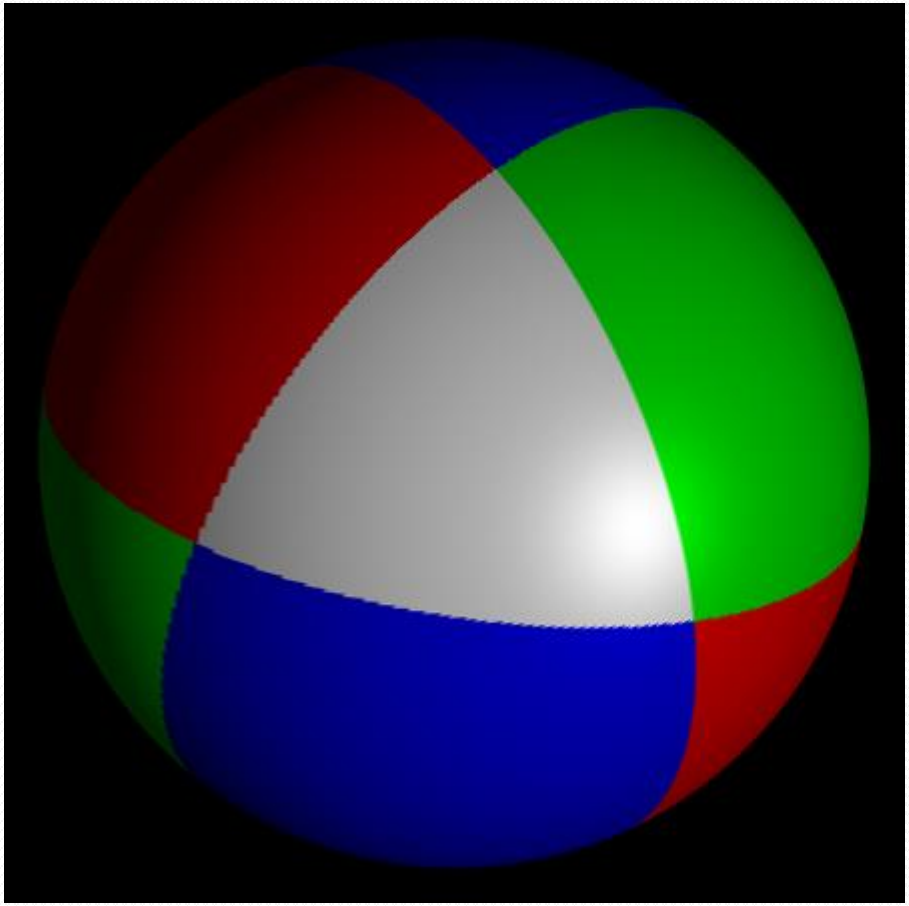
- Successivamente è stata dimostrata una formula per ricavare l'area di una luna, necessaria alla dimostrazione del teorema di Girard

Area di una luna

- Una luna è una porzione di area su una sfera racchiusa fra due semi-cerchi massimi

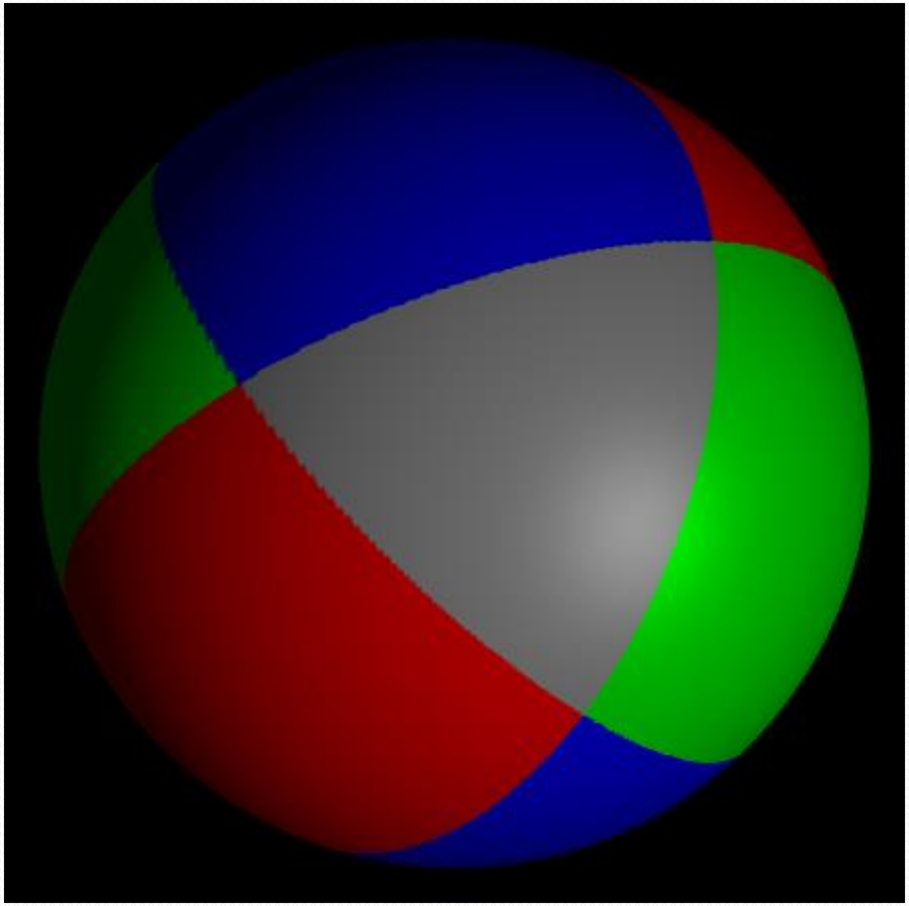
- Chiamando α l'angolo al vertice, l'area di una luna è data da:

$\text{Area(luna)} = 2\,R^2\alpha$



Teorema di Girard - 1

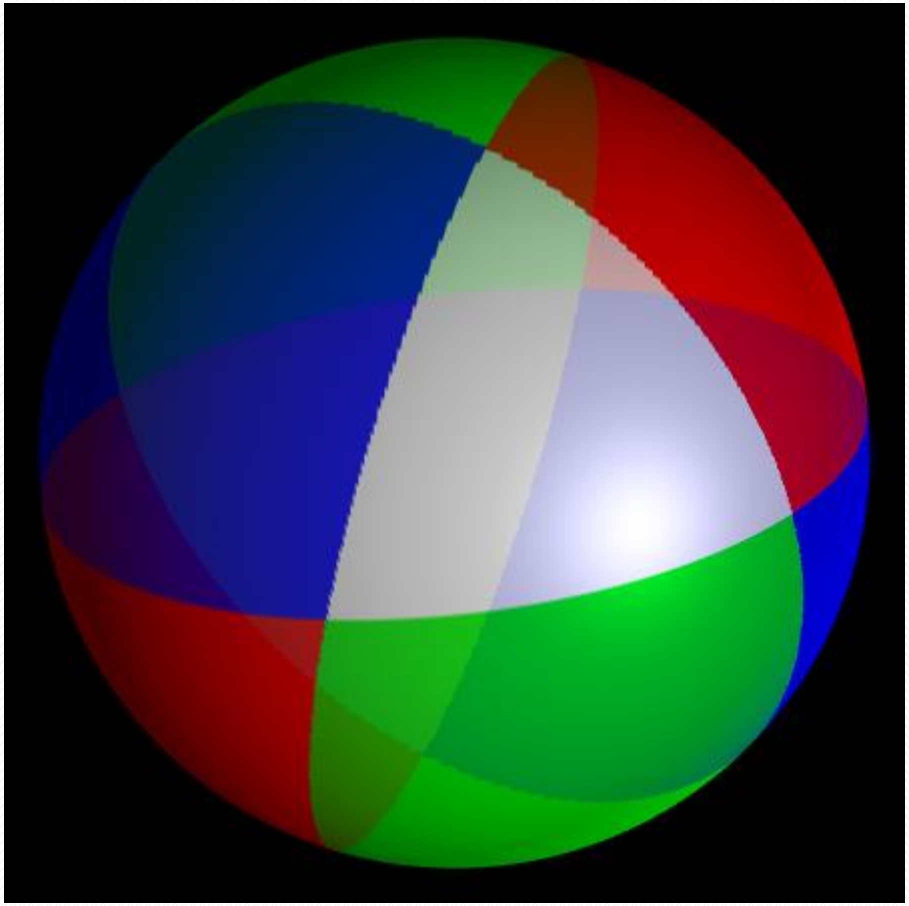
- Oltre al triangolo T bianco e a quello T' grigio, abbiamo ache due triangoli rossi (i cui angoli al vertice indichiamo con r e r'), due blu (b e b') e due verdi (g e g')



- I triangoli dello stesso colore sono "congruenti", come si può dimostrare sfruttando l'uguaglianza degli angoli opposti al vertice

Teorema di Girard - 2

- L'area di un triangolo sferico costruito su una sfera di raggio *r* è uguale a εr^2, essendo $\varepsilon = \alpha + \beta + \gamma - \pi$ l'eccesso sferico del triangolo



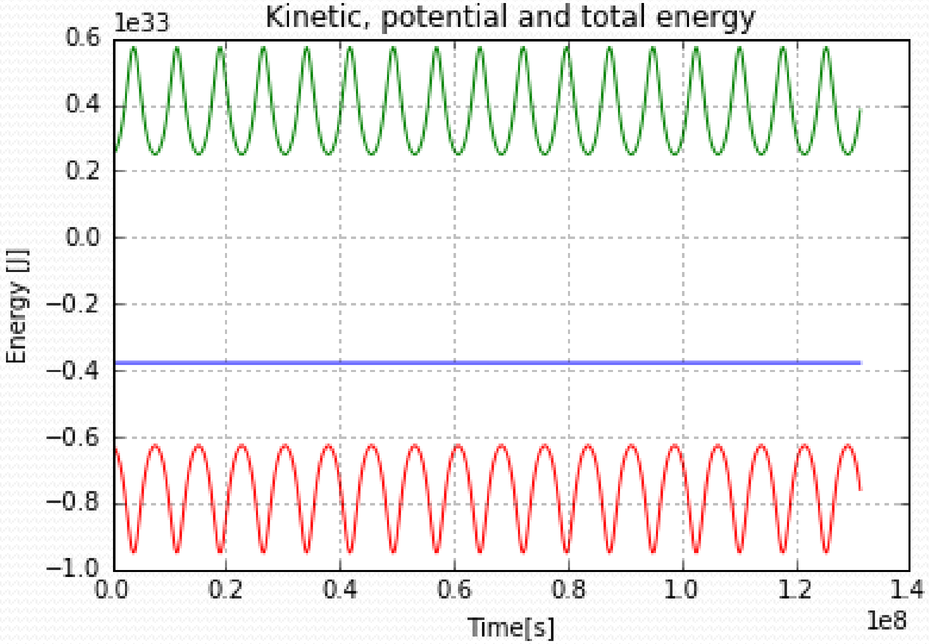
$2R^2g + 2R^2g' + 2R^2r +$
$2R^2g + 2R^2r' + 2R^2b + 2R^2b' =$
$4\pi R^2 + 2\,\text{area}(T) + 2\,\text{area}(T')$

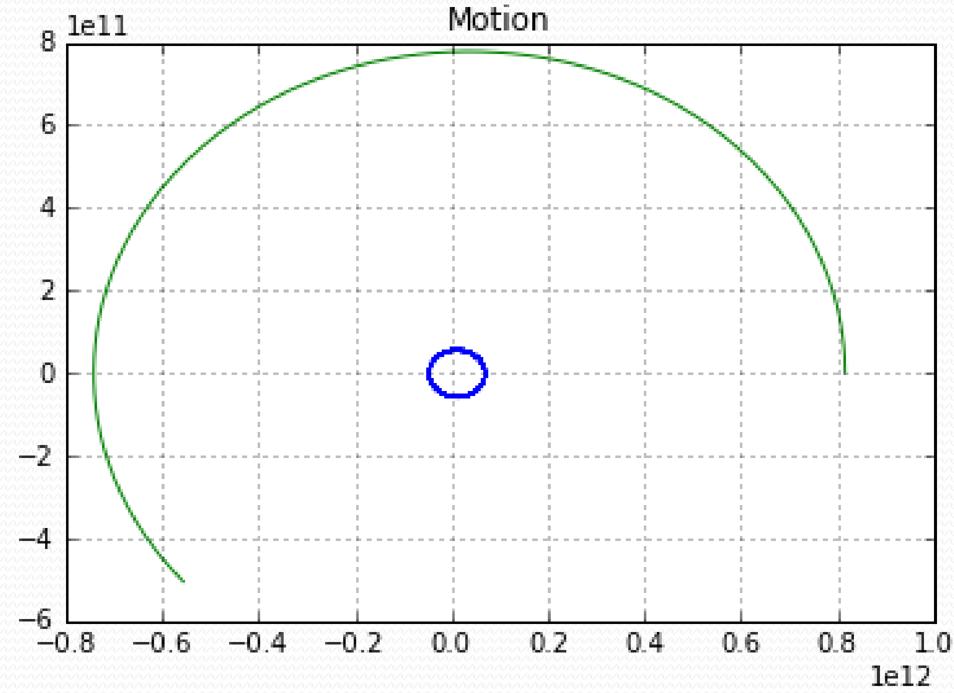
$\text{Area}(T) = 2R^2(r+b+g-\pi)$

Introduzione alle geometrie iperboliche

- A questo punto è possibile introdurre il concetto di curvatura, nello specifico come l'inverso del raggio della sfera
- Si può indagare la connessione fra la curvatura e il modo di misurare le distanze
- Possiamo indagare superfici diverse, dove emerge una geometria iperbolica
- Possiamo chiederci quale geometria descriva meglio lo spazio

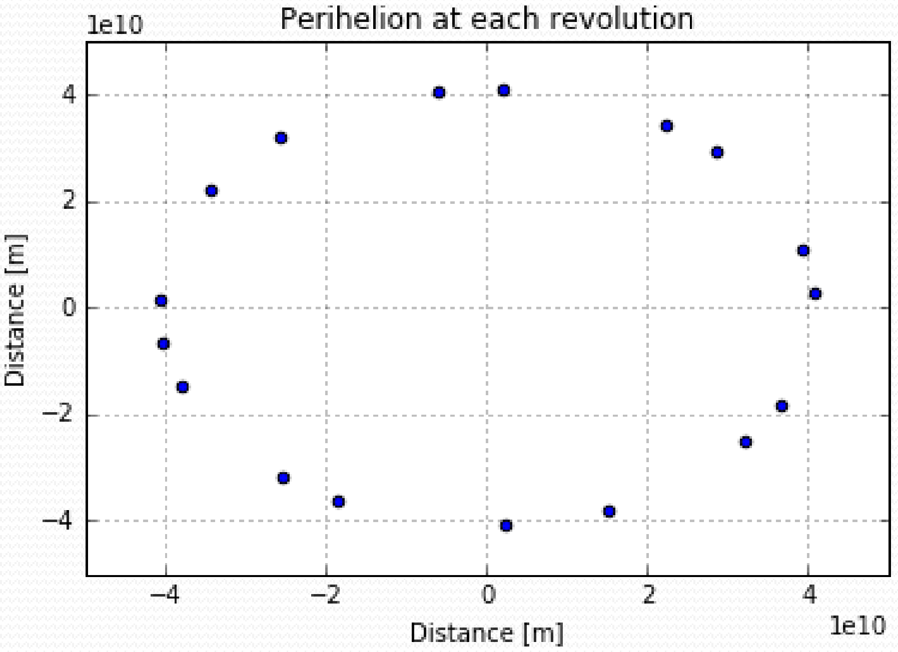
Il moto di Mercurio

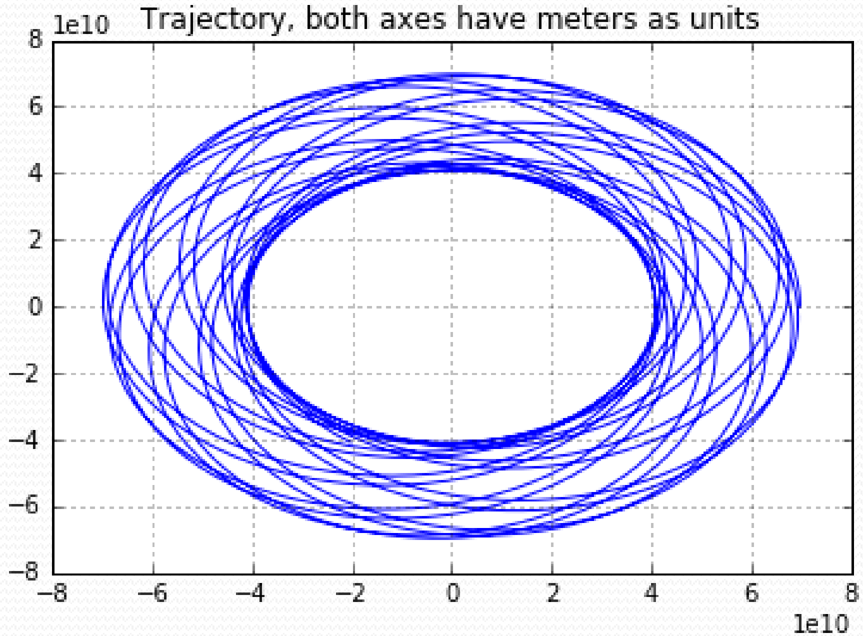




- Una simulazione del moto di Mercurio e di Giove realizzata con Python.

Correzione relativistica ai moti planetari





$$F = \frac{GMm}{r^2}\left(1 + \frac{\alpha}{r^2}\right)$$

In Conclusione, dalle discussioni con i docenti è emerso che:

- Le attività laboratoriali aiutano gli studenti nella comprensione dei fenomeni fisici
- Sebbene le attività laboratoriali rallentino in un primo momento lo svolgimento del programma, lo accelerano una volta che gli studenti hanno acquisito un metodo di indagine
- Enfatizzando i Crosscutting Concepts, gli studenti possono acquisire strumenti utili per costruire connessioni fra argomenti diversi e quindi ad integrare conoscenze di fisica classica e moderna.

Fine