Frazioni

Classe IV Primaria

ISTITUTO “Padre Giovanni Semeria” Sparanise (CE)

Bibliografia di riferimento: “Frazioni sul filo: Strumenti e strategie per la scuola primaria “Libro di Elisabetta Robotti”, Erickson Edizioni

03 Febbraio 2022 FRAZIONAMENTO DI UN FOGLIO, CONGRUENZA TRA LE PARTI (traslazione, rotazione, ribaltamento e superfici equiestese)

Io: “Vi lancio una sfida. Vi darò un foglio bianco di stampante e vi dividerò in gruppi. Ogni gruppo dovrà dividere in un certo numero di parti uguali il foglio. Ad esempio questo gruppo divide il foglio in 3 parte uguali”.

Classe: “Aee”

Io: “E dovete trovare insieme un modo per dividerlo in parti perfettamente uguali”

I gruppi formati sono stati sei: un gruppo doveva dividere il foglio in due parti uguali, un altro in tre, un altro in quattro, un altro in sei, un altro in otto e l’ultimo in dodici.

Le strategie scelte dai bambini per la divisione sono state prevalentemente due: la pieghettatura (Vedi Figura 1) e la misurazione con il righello (Vedi Figura 2).

Figura 1 P. piega il foglio a metà per dividere il foglio in due parti uguali.

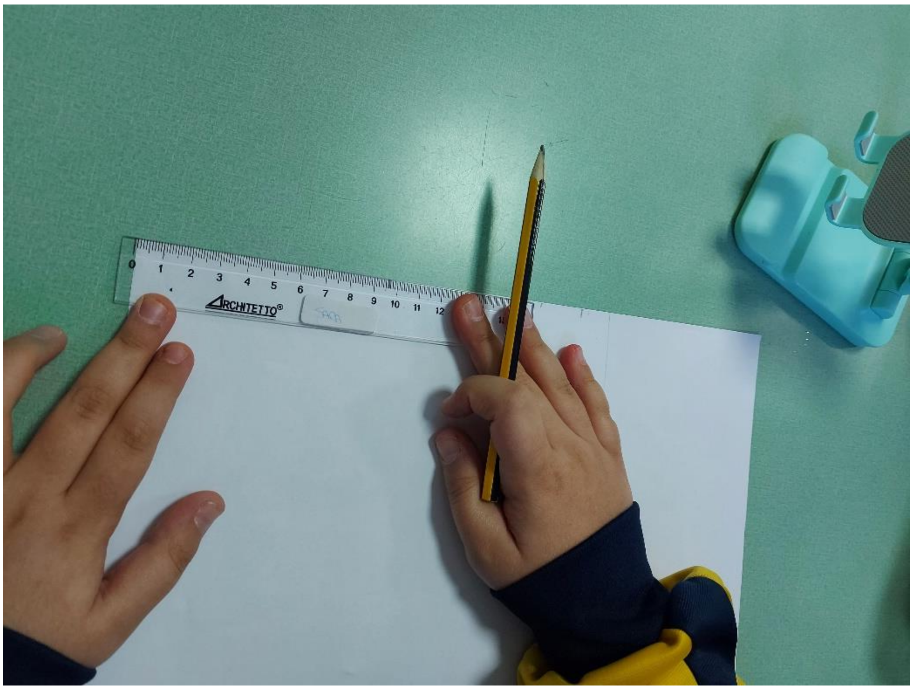


Figura 2 S. misura il foglio con un righello per dividerlo in tre parti uguali.

S: "Maestra allora praticamente noi, io ho misurato il foglio è di 28 centimetri se tu fai 9 x 3 è 27, manca un centimetro. P. dice "vabbè lascia il centimetro" ma poi uno diventa più lungo".

Durante l'attività, i bambini mi chiedevano costantemente di dirgli se le parti in cui avevano diviso il foglio fossero perfettamente uguali, se le linee fossero dritte, o direttamente di suggerirgli come creare parti uguali. Io mi astenevo dal rispondere invitandoli ad essere sicuri del loro lavoro, di non affidarsi al mio consenso ma di mettersi in gioco. Qualche bambino chiedeva se fosse possibile tagliare il foglio per poter ottenere parti uguali.

J: "Maestra, ma posso tagliare questa parte visto che è più grande?"

Io: "No, J. Bisogna usare tutto il foglio. L'intero foglio deve essere diviso in parti uguali".

Non tutti i bambini sono stati precisi nel compito assegnatogli (vedi Figura 3 e Figura 4). Tuttavia, in un primo momento, li ho dati tutti come validi.

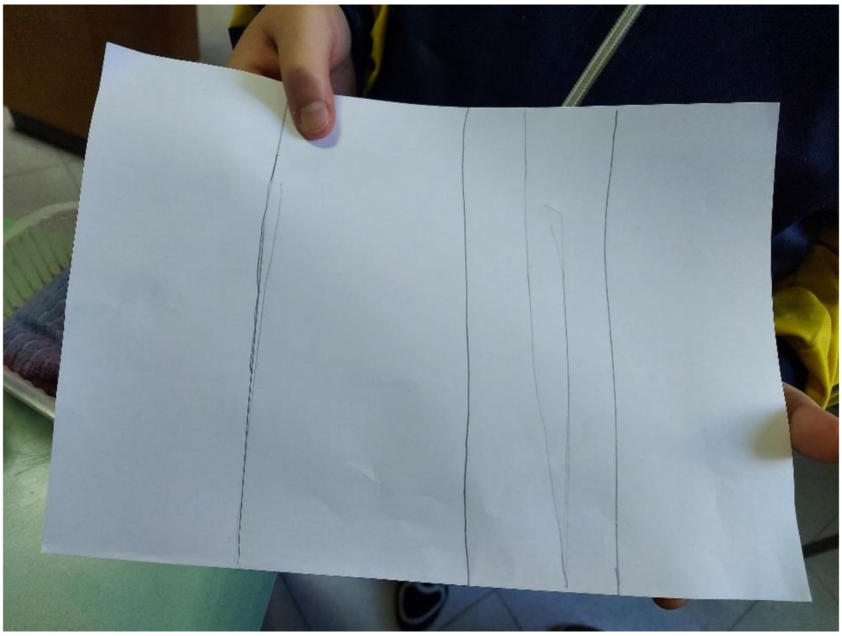


Figura 3 S. mostra il foglio diviso in quattro parti realizzati a mano libera.

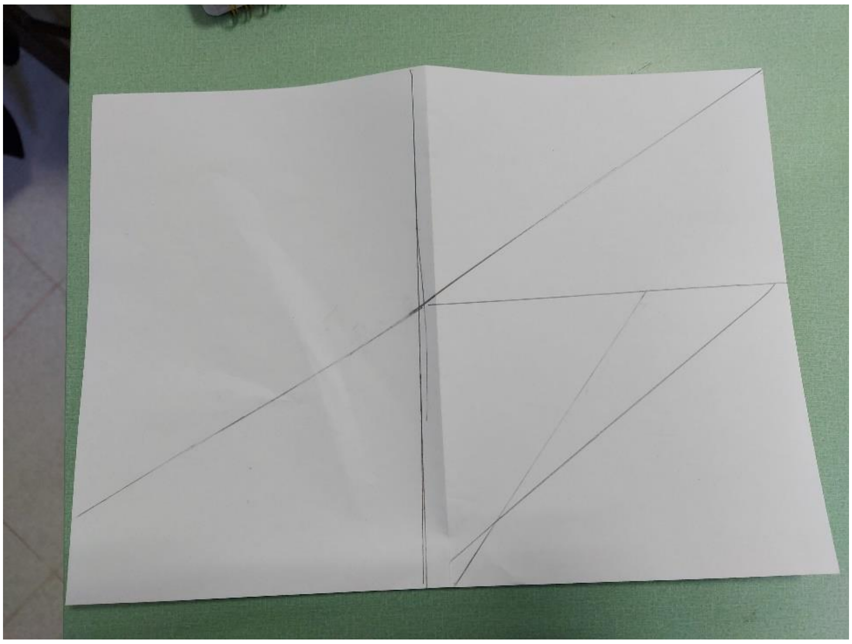


Figura 4 Foglio diviso in otto parti, ancora in corso.

Dopo 20 minuti dall’assegnazione del compito, ho chiesto a ciascun gruppo di scegliere quali fogli presentare (se ve ne erano simili), quelli che secondo loro erano “venuti meglio”. Tutti i lavori consegnati sono stati attaccati alla lavagna. Li ho disposti dal numero più piccolo di parti a quello più grande, mettendo in colonna i fogli divisi in uno stesso numero di parti ma con modalità diverse (vedi Figura 5).

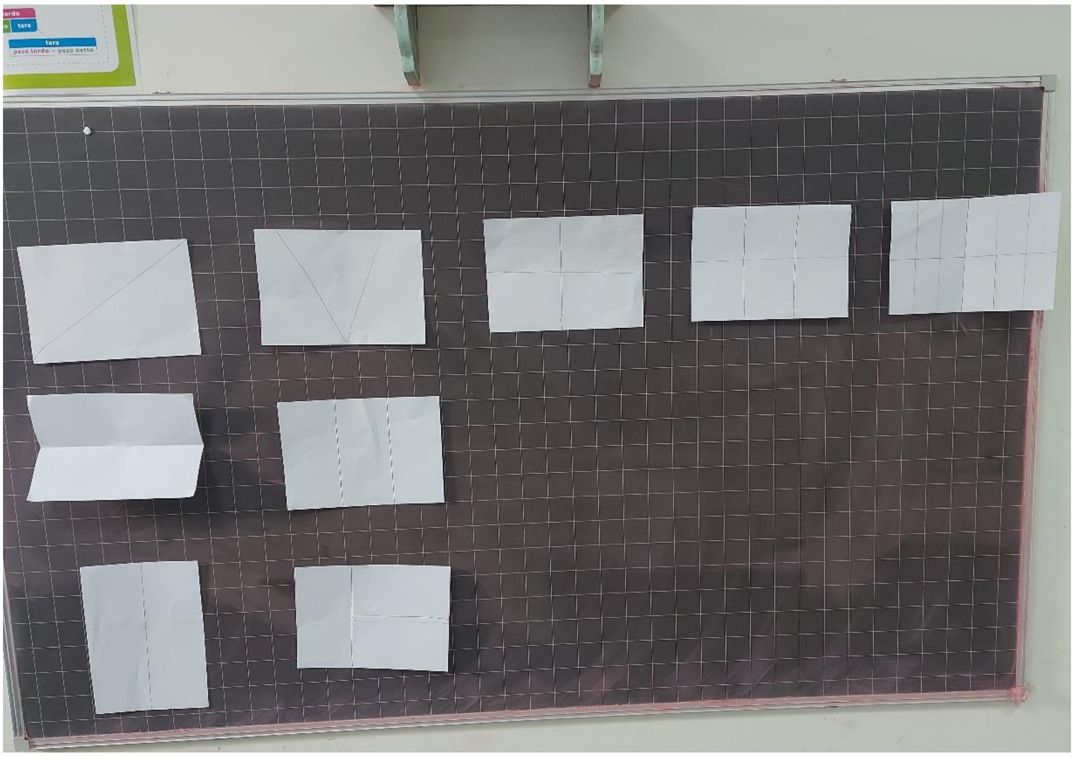


Figura 5 Fogli realizzati dai bambini attaccati alla lavagna, dal numero due al dodici.

Io: "Allora bambini, vi ho chiesto di dividere in parti uguali un foglio. Quali sono state le difficoltà che avete riscontrato?"

A: "Prima a trovare il modo per dividerlo, poi a capire se le parti erano uguali, se le linee erano giuste, di uguale lunghezza e ampiezza"

V: "In realtà era facile dividere il foglio ma era difficile dividerlo in parti proprio uguali. Se dovevamo farne semplicemente quattro allora…"

G: "La difficoltà era trovare delle forme"

S: "Maestra la mia difficoltà era di dividere il foglio in tre parti uguali, cioè era difficile capire quando era giusto, tipo se era giusto con 8 o con 9, era difficile cercare di capire come dividerlo in parti uguali, però poi un pochino anche con l'immaginazione ci siamo riusciti"

J: "Dividerlo in tre parti è stato davvero difficile, poi perché perfettamente uguali? Perché?"

R: "Quando io facevo la linea ne usciva una grande, una piccola"

Le difficoltà maggiori emerse sono state, dunque, relative alla precisione del tratto grafico ed all'utilizzo del righello, come dividere in n parti perfettamente uguali un foglio.

Io: "Bambini ma secondo voi, qual è il modo per capire che il foglio è stato diviso in parti uguali?"

L: “Con il righello”

C: “Con la matita!”

Io: “Con la matita? Come facciamo a capire che le parti in cui abbiamo diviso il foglio sono perfettamente uguali?”

S: “Misurando l’ampiezza, cioè la lunghezza con il righello”

Abbiamo, dunque, provato a verificare se il primo foglio fosse diviso in due parti congruenti, misurando ciascun lato con il righello (vedi Figura 6) fino a constatare che le lunghezze non coincidevano.

Figura 6 A. misura con il righello un lato del triangolo.

A: “Maestra non riesco qui, non è dritto” (indicando l’ipotenusa del triangolo)

Io: “Vediamo un attimo il caso di sotto, quest’altro foglio. Mi sembra sia stato piegato, vero P.?”

P: “Si l’ho piegato a metà”

Io: “Secondo te si trova?”

P: “Sicuramente no”

Procedendo con la misurazione si è osservato che i lati opposti misuravano rispettivamente 10,5 cm e 29,7 cm.

Io: “*Quindi, guardate qui…. Come mai questo foglio si trova? Se io lo piego* esattamente *a metà, quindi faccio coincidere le punte, i vertici, il foglio è diviso perfettamente in due* *parti uguali. Quindi, ritornando al discorso di prima. In quale altro modo posso verificare che i pezzi sono uguali?"*

J: *"Piegandolo"*

Io: *"Quindi se lo piego* (uso il foglio attaccato alla lavagna per mostrare il procedimento), *come faccio a dire che sono uguali queste due parti?"*

S: "Perché lo hai frazionato!"

Io: "Si, ma concretamente cosa ho fatto per capire che sono uguali?"

A: "Hai fatto due rettangoli uguali"

Io: "Quando io piego il foglio a metà, come faccio a dire che queste due parti sono uguali, guardate il gesto che faccio. Oltre a misurarle come fatto prima, cosa posso fare?"

J: "Metterle vicine"

Io: "Esatto, io sovrappongo, metto una parte sull'altra e mi assicuro…"

J: "Che nessuna parte sia più avanti o più dietro".

Abbiamo provato, allora, a capire se le parti dell'ultimo foglio nella colonna dei fogli divisi in due parti fossero perfettamente uguali sovrapponendole, dunque tagliandole con le forbici e mettendole una sull'altra, verificando se esse coincidessero punto per punto (Vedi Figura 7 e Figura 8).

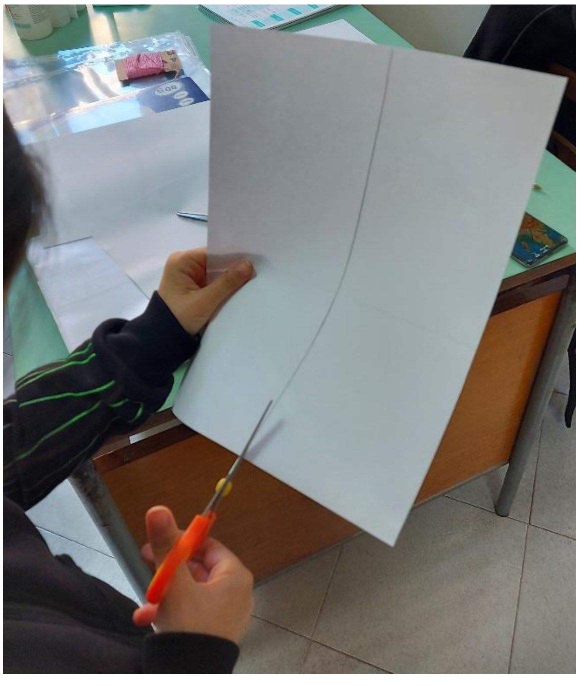


Figura 7 D. taglia il foglio seguendo la linea tracciata con la matita.

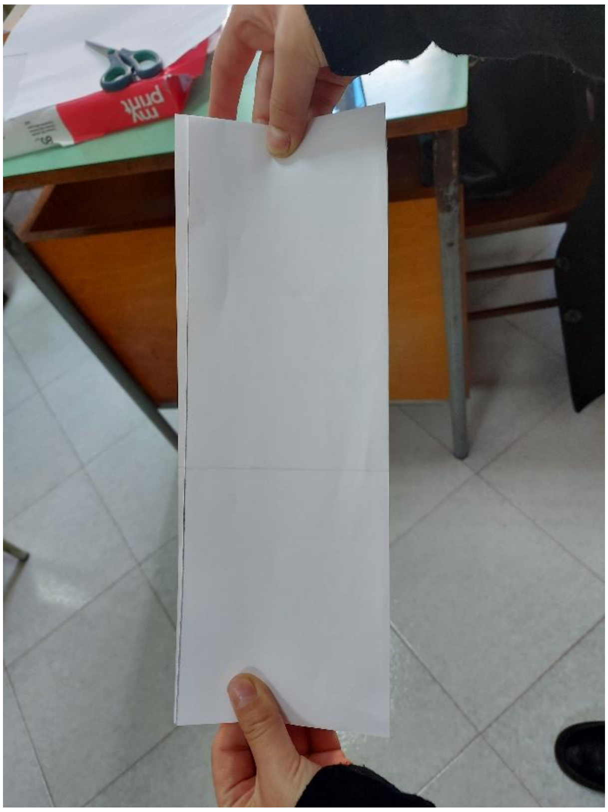


Figura 8 T. sovrappone le due parti del foglio scoprendo che non coincidono.

Abbiamo analizzato tutti i fogli usando questo stesso metodo: taglio e sovrapposizione. Qualcuno, già prima di procedere alla verifica con righello o taglio, riconosceva che le parti non fossero uguali (vedi Figura 9).

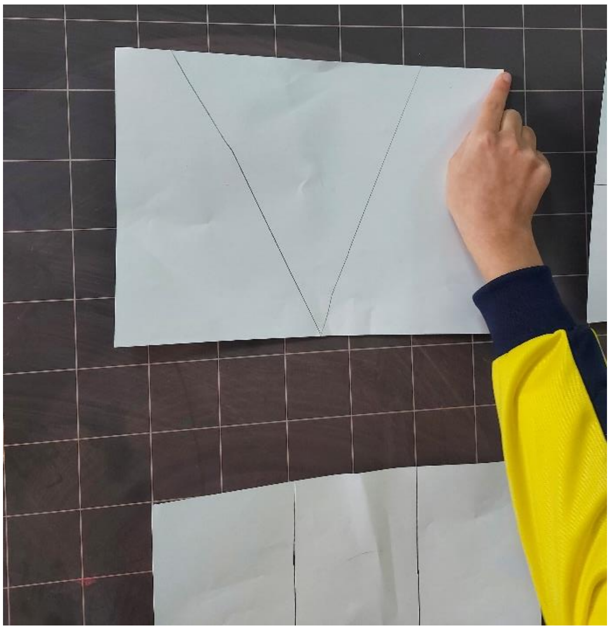


Figura 9 A. indica un lato affermando che le lunghezze "a occhio" non coincidono.

Per sovrapporre le figure sul piano, si effettua uno spostamento. In geometria si parla di traslazione, rotazione e ribaltamento. L'attività di verifica della congruenza delle figure ci ha offerto la possibilità di trattare tali argomenti, senza scendere nello specifico e mantenendo un linguaggio poco formale. Attraverso domande e risposte della classe, eseguivo le operazioni alla lavagna.

Io: "Se queste sono le parti in cui abbiamo diviso il foglio (le indico alla lavagna vedi Figura 10), *per vedere se sono uguali, iniziamo da questo pezzo* (indico il triandolo destro) …*cosa devo fare per vedere se è uguale a questo* (indico il triangolo in alto)?"

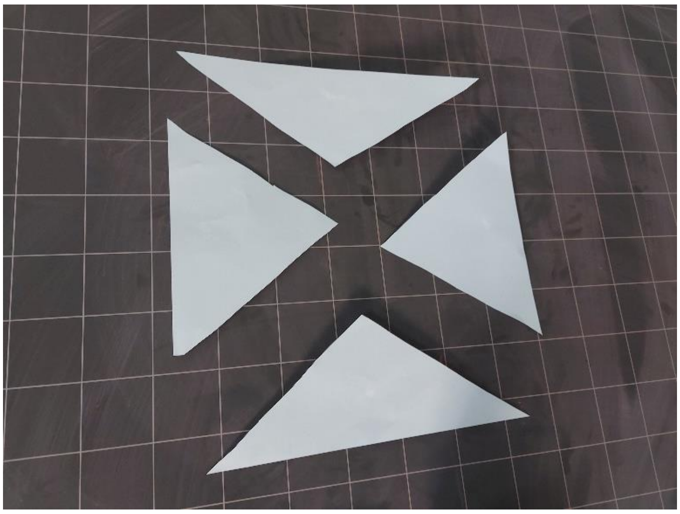


Figura 10 Foglio diviso in quattro parti, tagliati ed attaccati alla lavagna, separandoli tra loro.

Gruppo di bambini: "Spostarlo"

S: "Trascinarlo"

Io: "Se lo trascino arriva così, basta solo trascinarlo?"

Gruppo di bambini: "No devi anche ruotarlo"

Io: "La devo ruotare così? (sposto il pezzo in senso orario)

L: "No maestra, verso sinistra…no destra"

Io: "Di quanti gradi?"

M: "120°, 180°"

A: "Di 90°!"

Io: "Benissimo…sono uguali?"

Bambini: "Si!"

T: "NOOO!"

A*: "Ma si vede ad occhio nudo che non lo sono!"*

Dopo aver esaminato ciascun foglio consegnato dai vari gruppi, abbiamo aperto una discussione sui diversi modi per dividere un foglio in parti uguali.

Io: […] "Pensiamo al lavoro del gruppo che doveva dividere il foglio in tre parti uguali. Uno lo ha diviso in questo modo (indico il secondo foglio sulla colonna), *ma lo stesso foglio è stato diviso sempre in tre parti uguali, ma usando una tecnica diversa. Stessa cosa ha fatto il gruppo che doveva dividere il foglio in quattro parti uguali. Provo a disegnare il foglio alla lavagna"* (disegno un rettangolo con h=4 quadretti e lato=6 quadretti). *Come posso dividerlo in quattro parti uguali?"*

L: "Facendo una croce o una X"

Io: "Prima la X l'abbiamo vista, non andava bene, i triangoli creati non erano uguali perché i triangoli di sotto e sopra non erano uguali a quelli di destra e sinistra".

G: "Si può fare con quattro righe orizzontali"

S: "Anche verticali"

Eseguo la divisione del foglio alla lavagna facendomi guidare dai bambini.

Io: "Dunque questi sono due possibili modi per dividere il foglio in quattro parti uguali. Ma questa parte qui (indico un "pezzo" del foglio di sopra) *e quest'altra* (indico un "pezzo" del foglio di sotto) …"

S: "Sarebbe un quarto"

Io: "Sì, un quarto…ma questa unità frazionaria (Indico il primo foglio) *è uguale a quest'altra* (indico il secondo foglio)*?"*

S: "No maestra"

D: "No perché quello là è un po' più lungo rispetto a quello"

Io: *"Anche la quantità è diversa?"*

Tutti: "Si"

In quel momento prendo due fogli A4 e li divido nello stesso modo in cui ho diviso i rettangoli alla lavagna e li attacco di fianco alla rappresentazione grafica precedentemente realizzata (vedi Figura 11).

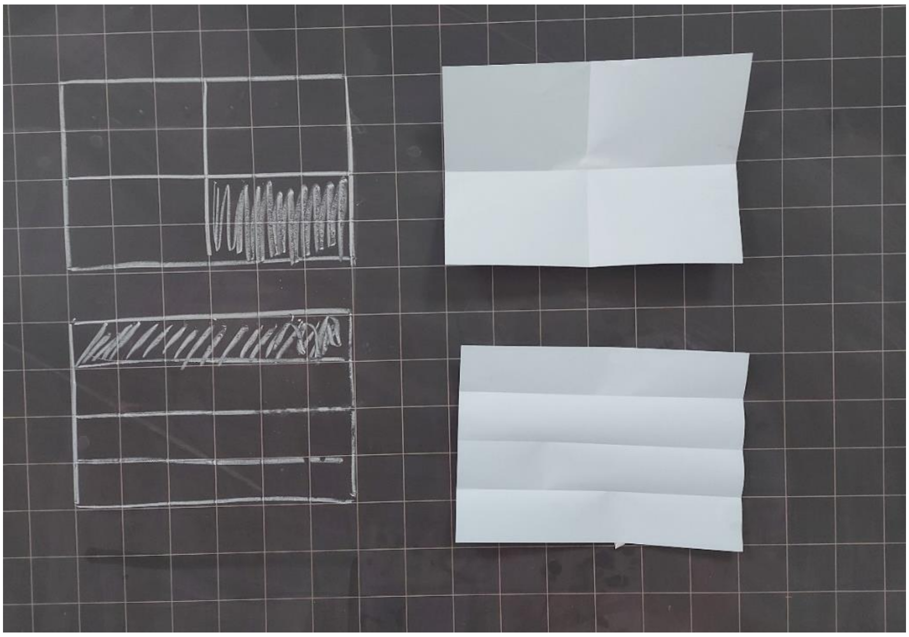


Figura 11 Rappresentazione grafica (astratta) del foglio frazionato con relativa pieghettatura del foglio (Concreta)

Io*: "Dunque avete detto che questa parte che ho colorato e quest'altra non sono uguali e che non rappresentano nemmeno la stessa quantità. Giusto?"*

Tutti: "Sì"

Io: "La maestra come può fare per verificare che è così?"

Matteo: "Misurando"

S: "Sovrapponendoli"

Prendo, così, le forbici e taglio un'unità frazionaria dei due fogli (vedi Figura 12)

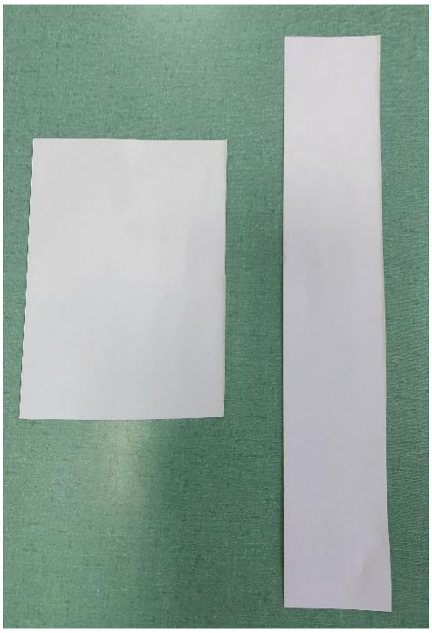


Figura 12 Unità frazionarie a confronto.

Io: "Avete detto che queste parti colorate, quindi queste parti che ho tagliato, non sono uguali e non rappresentano la stessa quantità"

S: "Maestra, in realtà in linea ottica no, però se guardi il rettangolo... 1, 2, 3, 4, 5, 6 (contando i quadratini che coprono il rettangolo del primo foglio disegnato) *e conto l'altro di là 1, 2, 3, 4, 5, 6* (contando i quadratini che coprono il rettangolo del secondo foglio disegnato), sono sempre sei quadratini. (vedi Figura 13)

Figura 13 S. conta i quadratini che occorrono per comporre i due rettangoli colorati.

Io: "Giusto S., se infatti sovrappongo queste parti che ho tagliato, noto che uno è più lungo e uno è più alto, ma se taglio a metà il foglio più lungo e lo divido in due…e lo sovrappongo sull'altro…guardate"

Tutti: "Sono uguali"

L: "Quindi le quantità sono uguali anche se sono più lunghe".

S: "Anche se la forma è diversa possono rappresentare la stessa quantità.

Queste riflessioni, hanno portato a ragionare sulle figure equiestese, cioè di figure che hanno la stessa estensione ma diversa forma, *"Maestra la forma è diversa ma rappresentano sempre la stessa quantità".*

04 Febbraio 2022 CLASSIFICAZIONE DELLE UNITA’ FRAZIONARIE CON FOGLI COLORATI

Dopo un ripasso delle attività del giorno precedente, i bambini sono stati divisi in gruppi di lavoro con il compito di frazionare un foglio A4 colorato e di ritagliare i pezzi ottenuti per ottenere le unità frazionarie. Ad ogni frazione abbiamo associato un determinato colore del foglio: ai mezzi il giallo, ai terzi il verde, ai quarti il rosa, ai sesti l’azzurro, agli ottavi l’arancione, ai dodicesimi il rosso ed ai sedicesimi il lilla (vedi Figura 14 e 15).

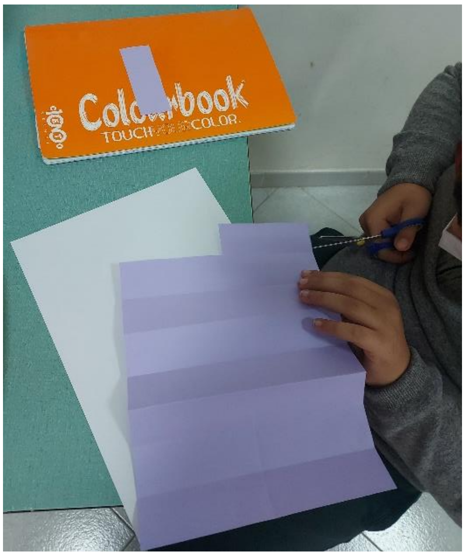


Figura 14 e 15: A. e P. ritagliano i fogli colorati frazionati con la tecnica della pieghettatura del foglio.

Dopo tale lavoro, le unità frazionarie delle varie frazioni sono state riposte in cartelle plastificate trasparenti, ogni frazione in una precisa cartella e anteposto un’etichetta per ricordare di che frazione si tratta (vedi Figura 16).

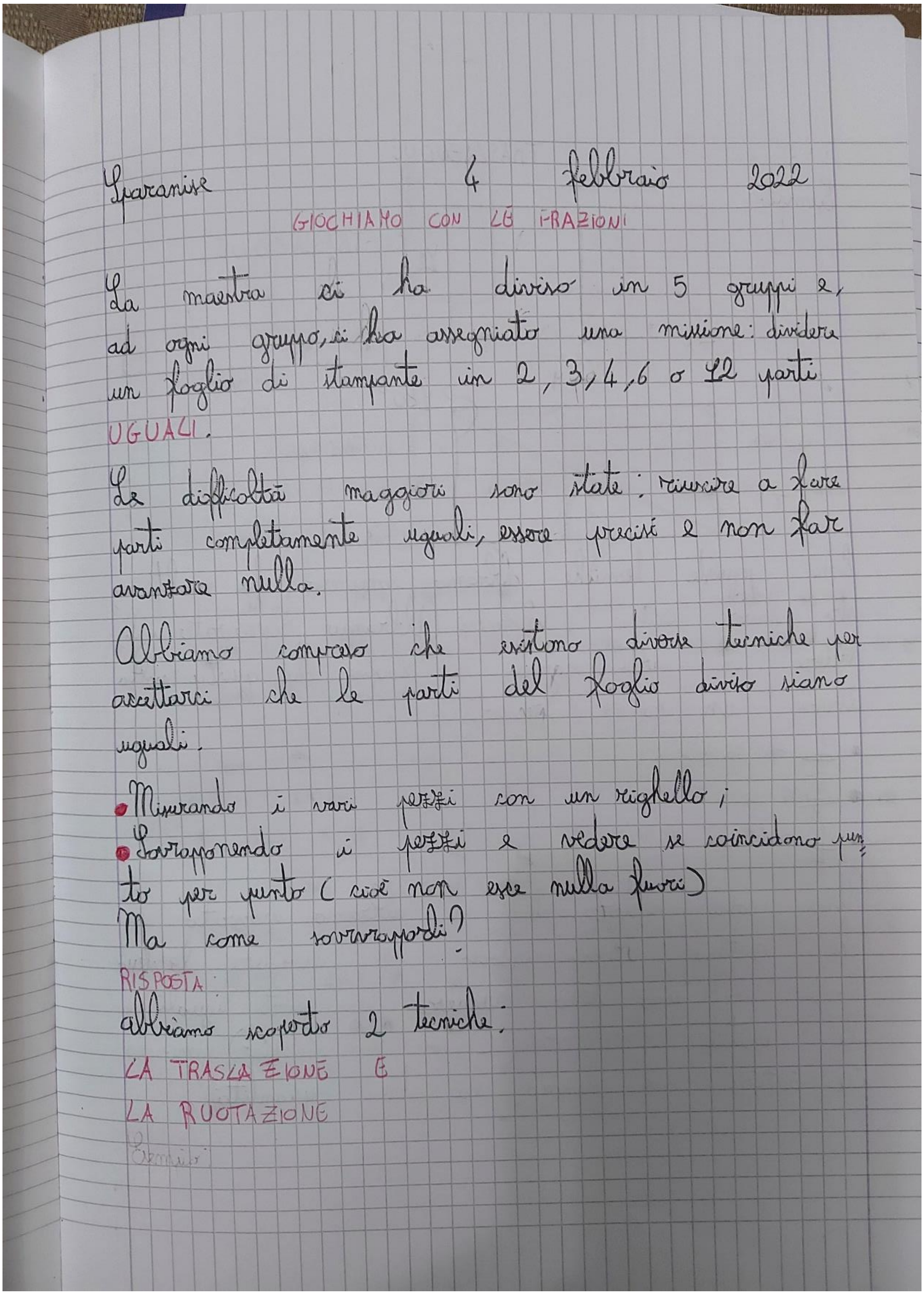
Figura 16 Frazioni raccolte e classificate.

Successivamente, sono state appese alla classe in ordine decrescente per essere consultate in ogni momento (vedi Figura 17).

Figura 17 Frazioni appese al filo.

Figura 18 L. e A. consultano le frazioni.

Abbiamo, poi, lasciato traccia del lavoro svolto con una riflessione scritta sul quaderno (vedi Figura 19, 20, 21 e 22).


Sparanise 4 febbraio 2022

GIOCHIAMO CON LE FRAZIONI

La maestra ci ha diviso in 5 gruppi e, ad ogni gruppo, ci ha assegnato una missione: dividere un foglio di stampante in 2, 3, 4, 6 o 12 parti UGUALI.

Le difficoltà maggiori sono state: riuscire a fare parti completamente uguali, essere precisi e non far avanzare nulla.

Abbiamo compreso che esistono diverse tecniche per accertarci che le parti del foglio diviso siano uguali.

- Misurando i vari pezzi con un righello;
- Sovrapponendo i pezzi e vedere se coincidono punto per punto (cioè non esce nulla fuori)

Ma come sovrapporli?

RISPOSTA:

abbiamo scoperto 2 tecniche:

LA TRASLAZIONE E

LA RUOTAZIONE

Figura 19 Foto del quaderno numero 1.

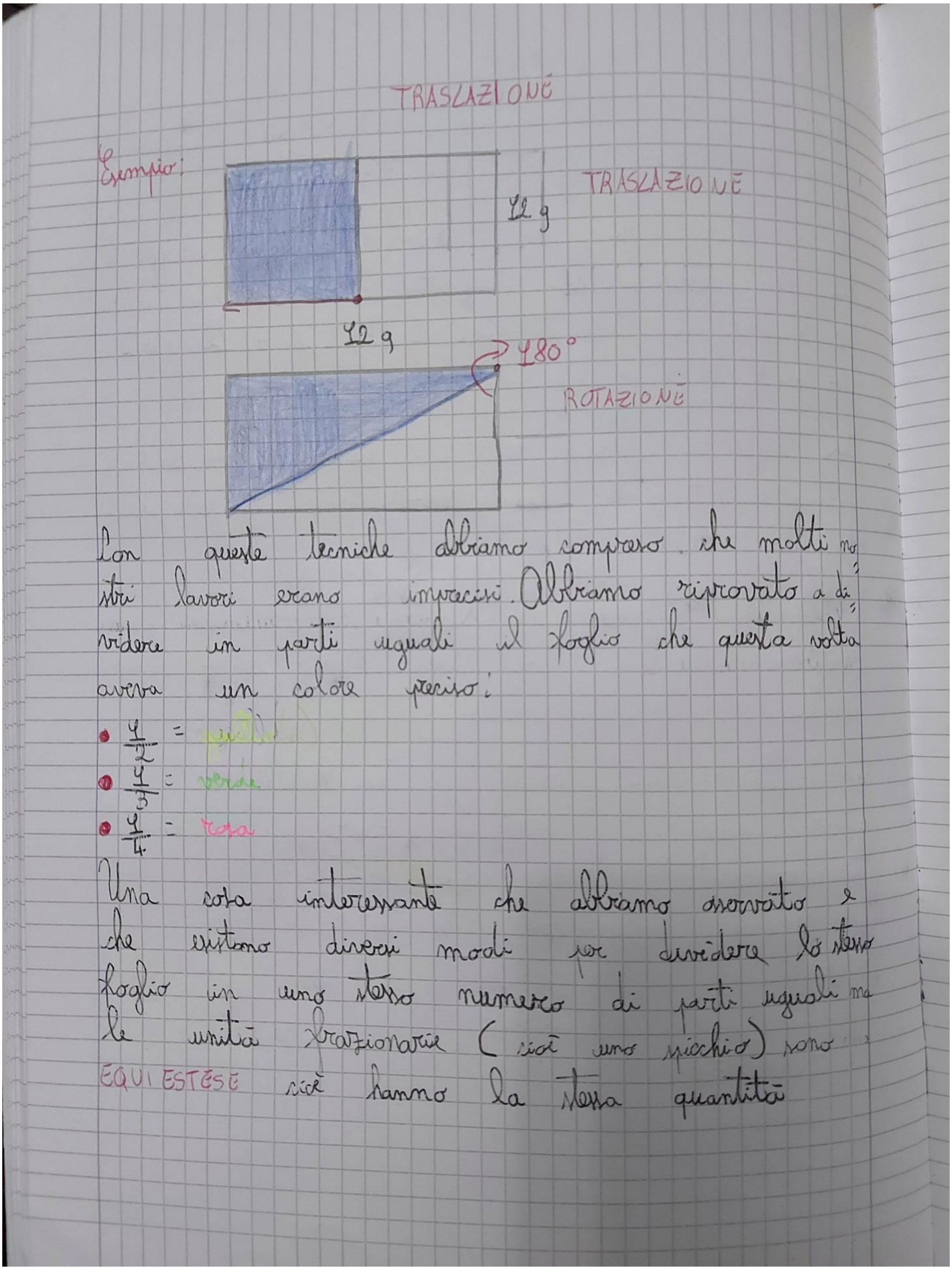


Figura 20 Foto del quaderno numero 2.

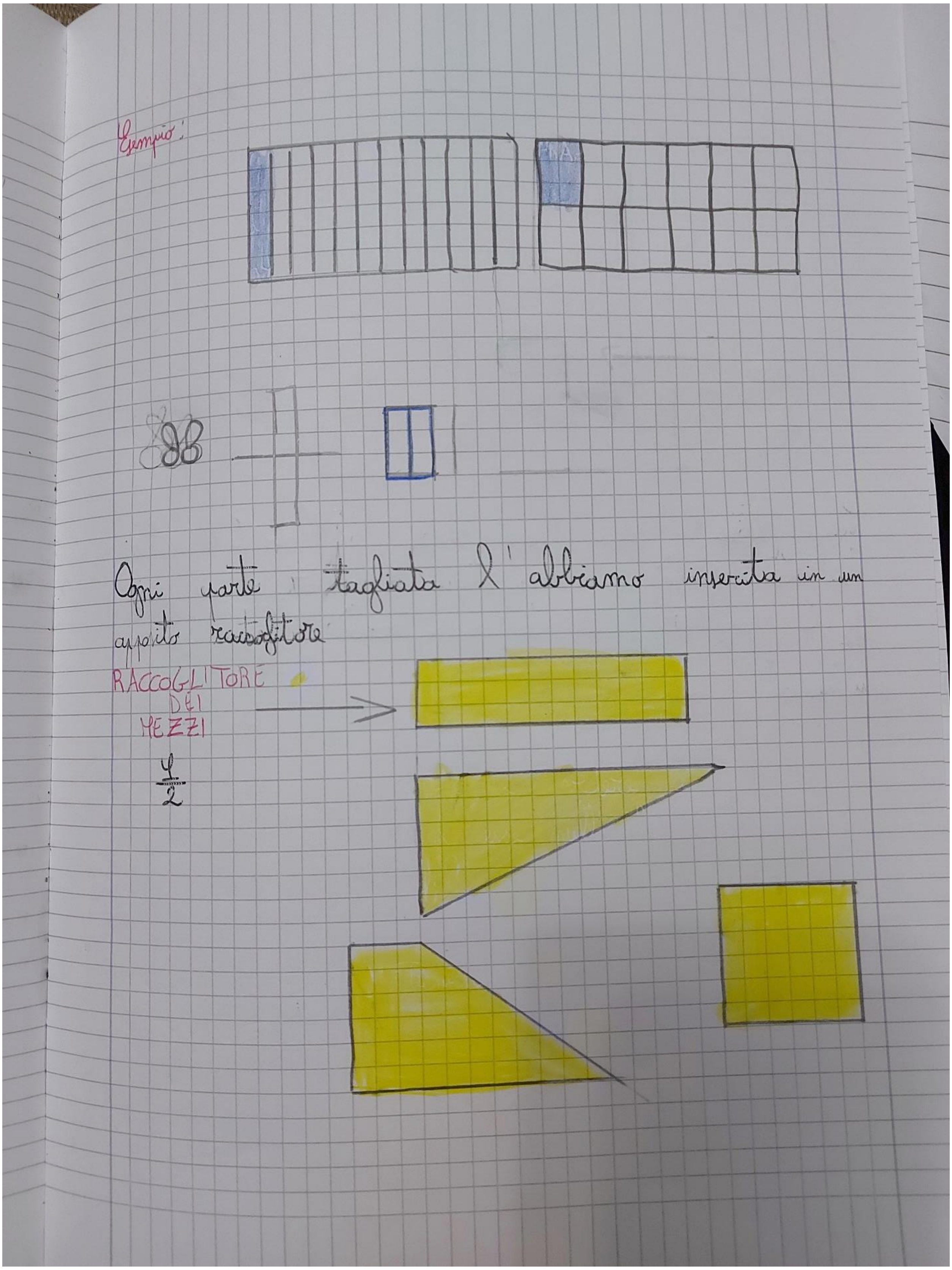


Figura 21 Foto del quaderno numero 3.

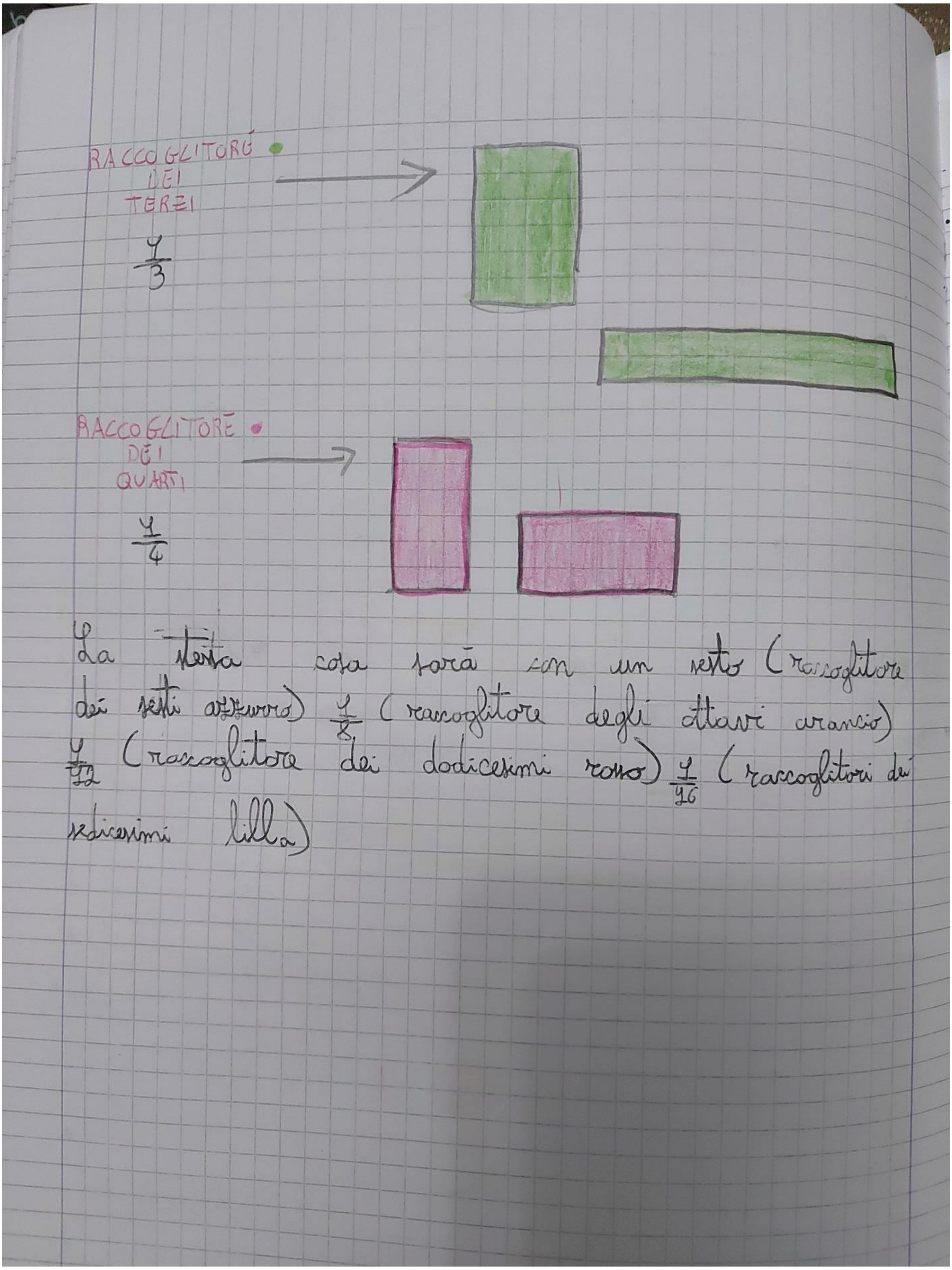


Figura 22 Foto del quaderno numero 4.

07 Febbraio 2022 GIOCO DELLE TOVAGLIETTE DELLA SARTA MARTA

Il terzo giorno di attività ho proposto alla classe un gioco: ho letto una lettera della sarta Marta che chiedeva l'aiuto dei bambini per realizzare delle tovagliette originali commissionatele da un ristorante. Queste tovagliette dovevano soddisfare dei particolari requisiti: partendo da un foglio bianco A4 da prendere come modello, bisognava usare le precedenti unità frazionarie realizzate con i fogli colorati per riempire il foglio, senza lasciare spazi vuoti, senza sovrapporre i pezzi ma semplicemente accostandoli e, soprattutto, che fossero creative. Quest'attività sarà essenziale per mostrare ai bambini come è possibile ottenere l'intero (=1) sommando frazioni non uguali. I bambini hanno lavorato in gruppi di 4 bambini, ogni gruppo aveva a disposizione un numero casuale di frazioni realizzate la volta precedente (vedi Figura 23). Ecco le tovagliette ottenute rispettando le richieste della sarta Marta (vedi Figura 24).

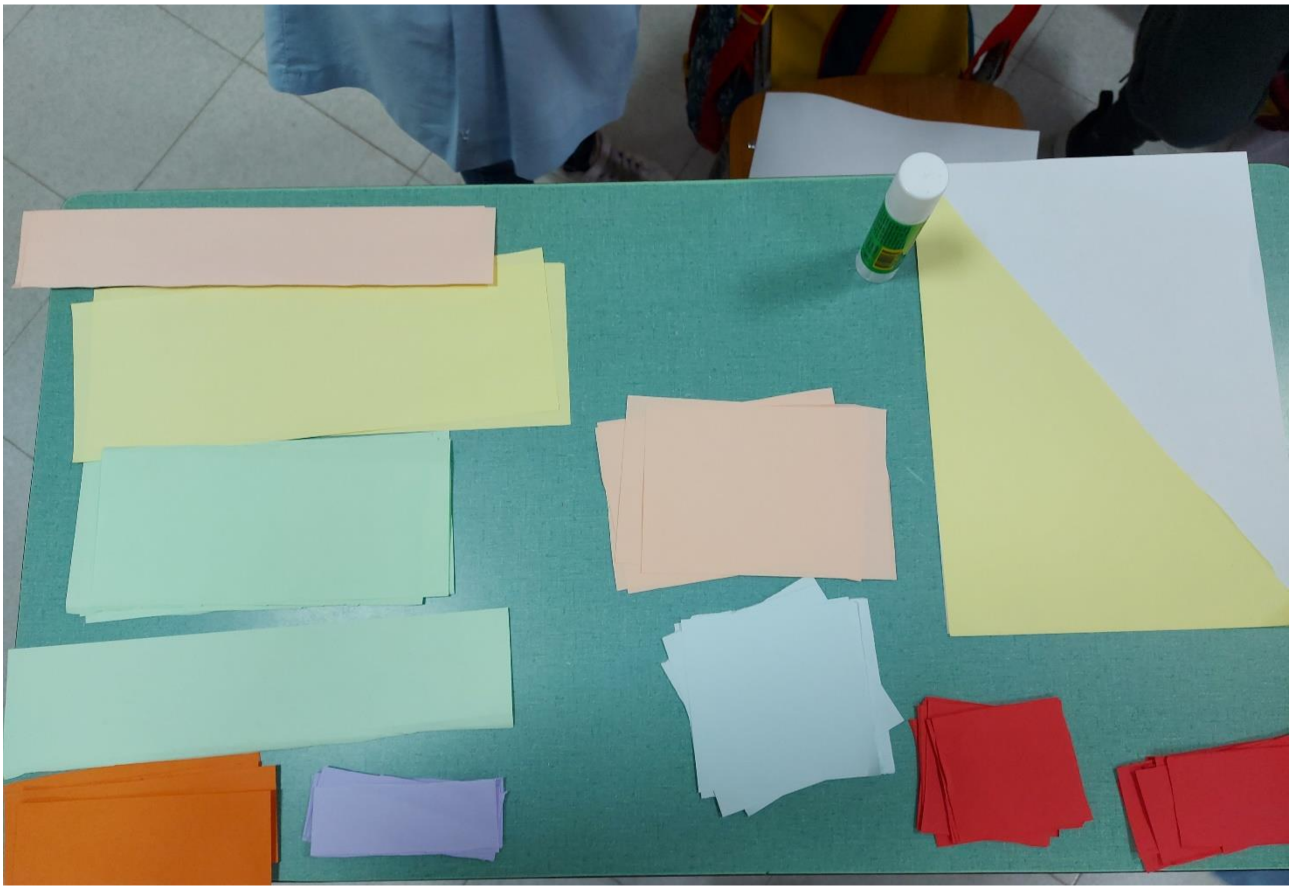


Figura 23 Sistemazione delle unità frazionarie sul banco di lavoro di un gruppo di bambini.

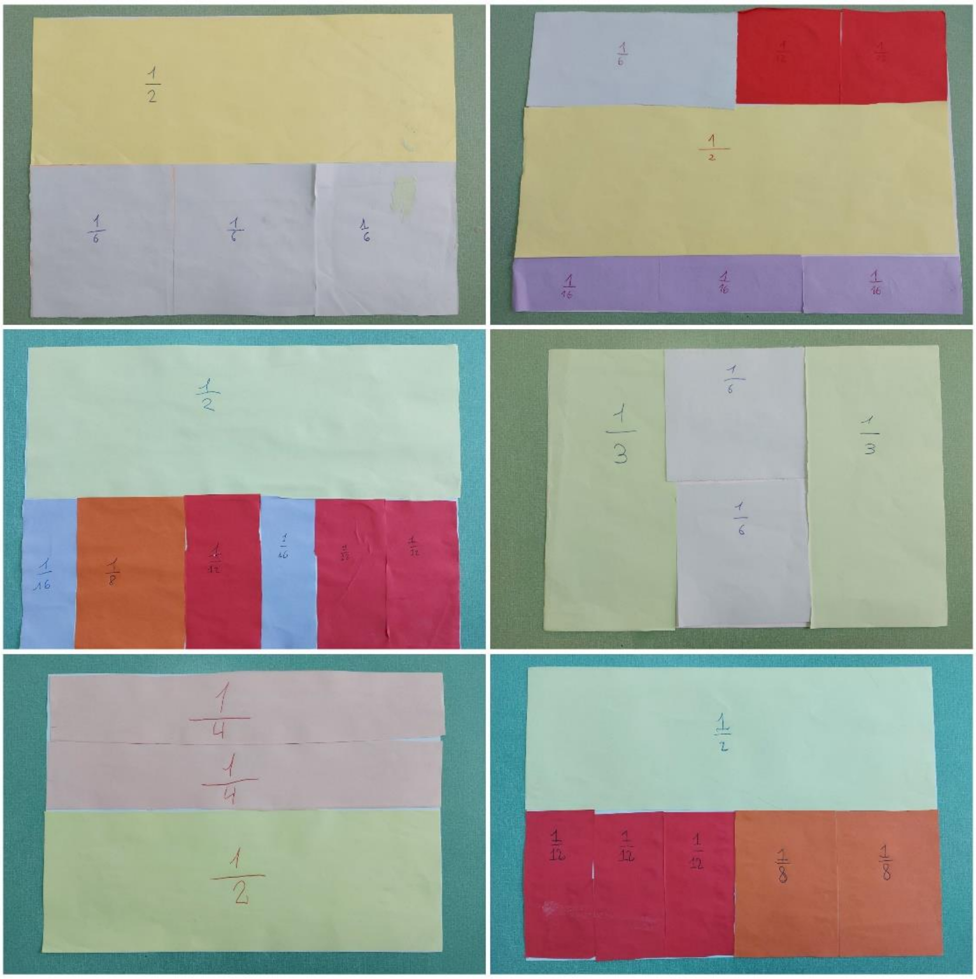


Figura 24 Tovagliette realizzate dai bambini.

I lavori realizzati dai bambini non sono stati tutti rispondenti alle richieste. C’è stato un gruppo che ha presentato una tovaglietta tagliando le unità frazionarie per riempire spazi bianchi (vedi Figura 25), un altro gruppo, invece, ha sovrapposto le varie unità frazionarie piegandole (vedi Figura 26).

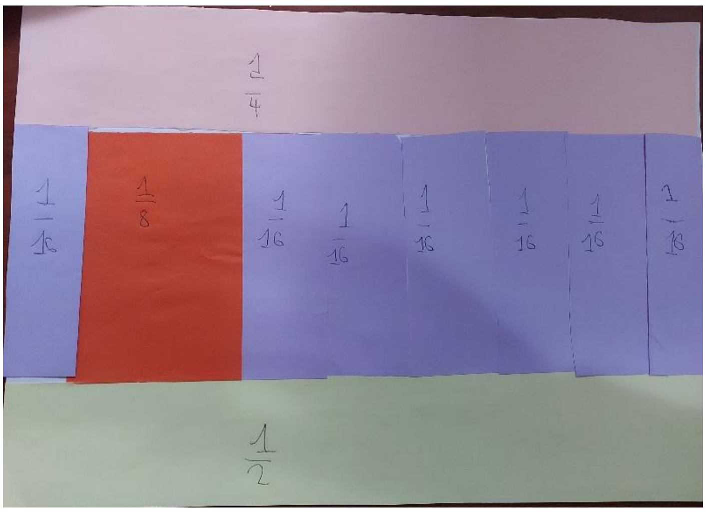


Figura 25 L’unità frazionaria dei mezzi è stata tagliata per riempire lo spazio sottostante vuoto.

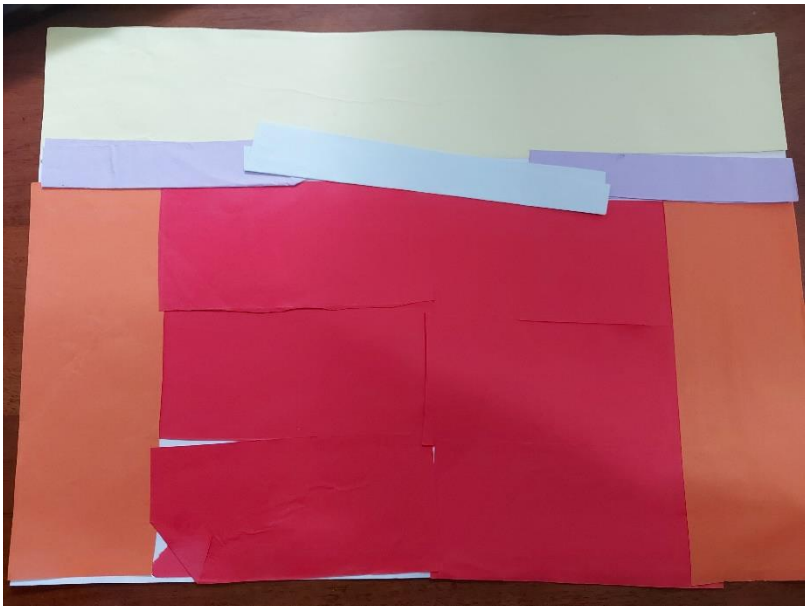


Figura 26 Le unità frazionarie dei sedicesimi e dei sesti sono state piegate e sovrapposte, quella relativa ai mezzi tagliata.

08 Febbraio 2022 L’INTERO COME SOMMA DI FRAZIONI

Dopo un primo ripasso orale delle attività delle ultime due lezioni, abbiamo lasciato traccia sul quaderno delle osservazioni emerse (vedi Figura 27, 28, 29, 30, 31).

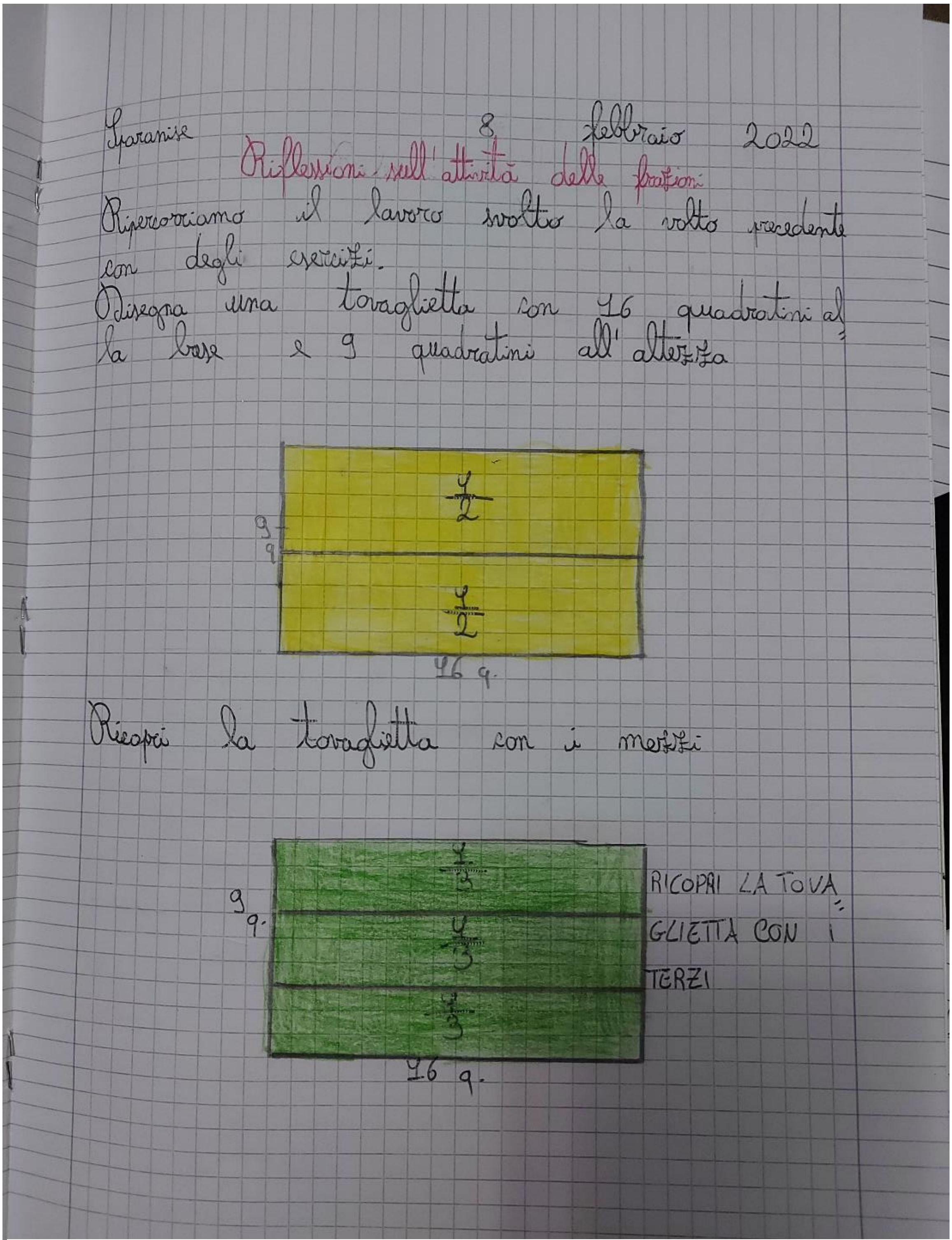


Figura 27 Foto del quaderno numero 1

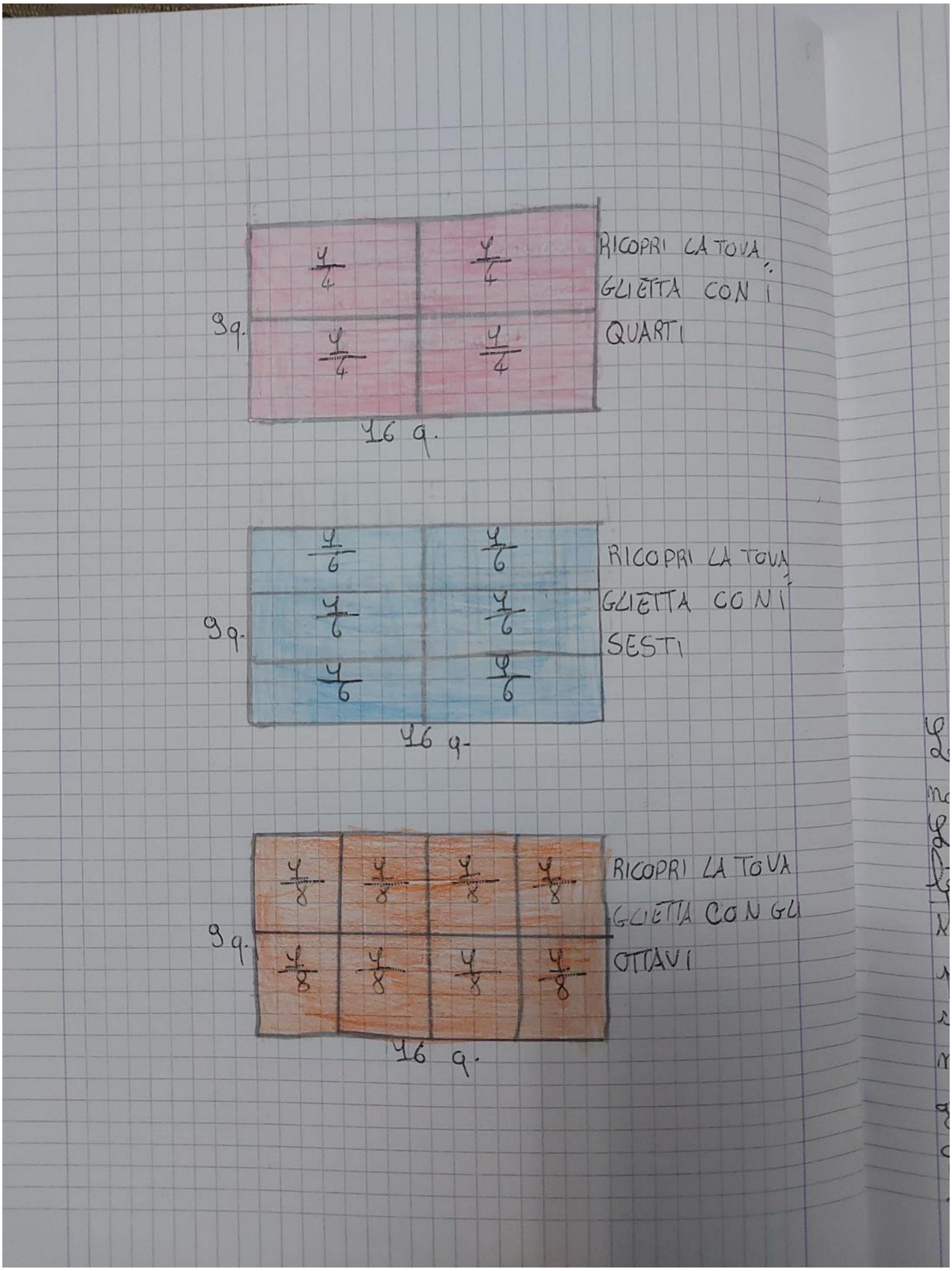


Figura 28 Foto del quaderno numero 2.

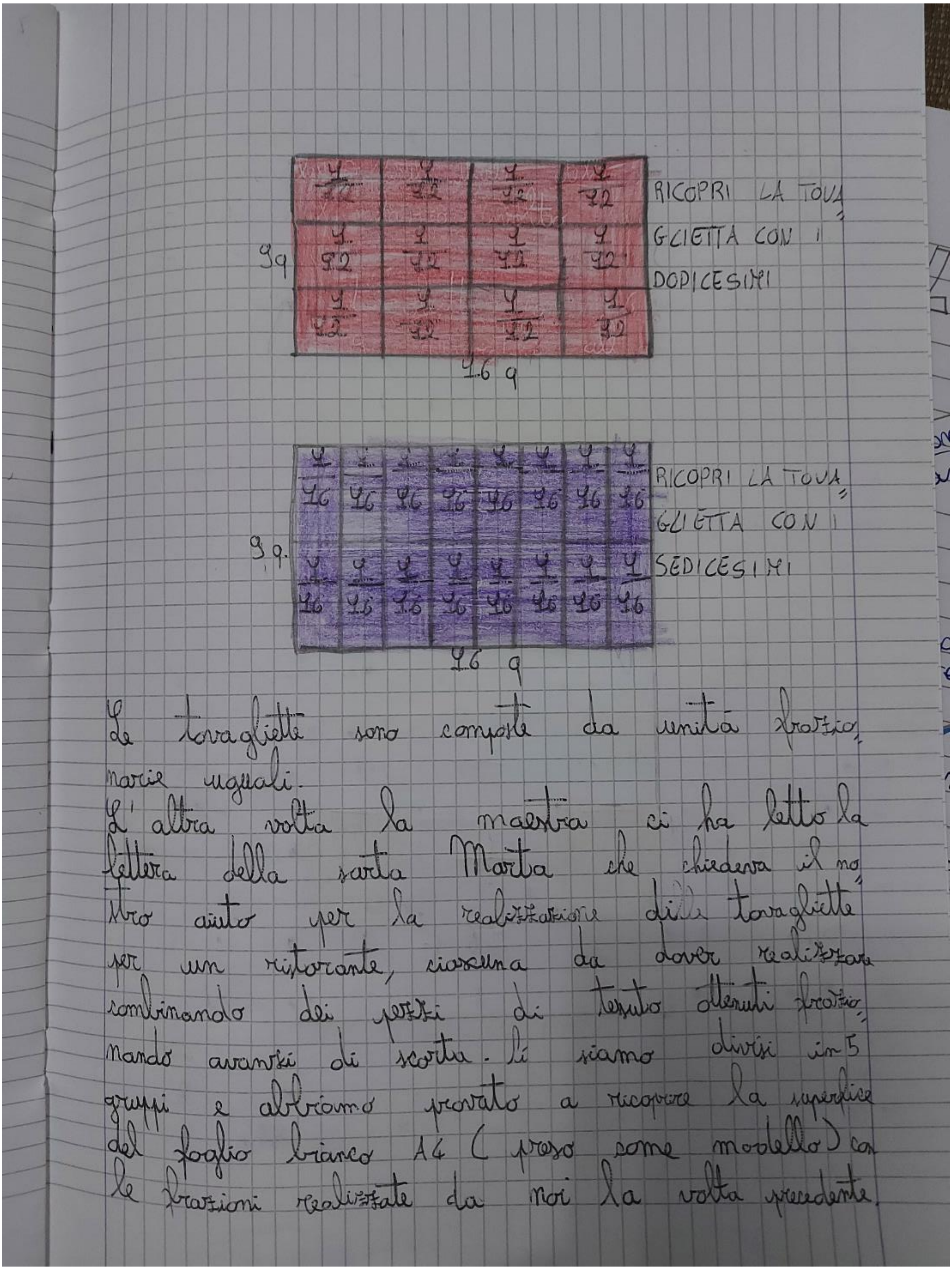


Figura 29 Foto del quaderno numero 3.

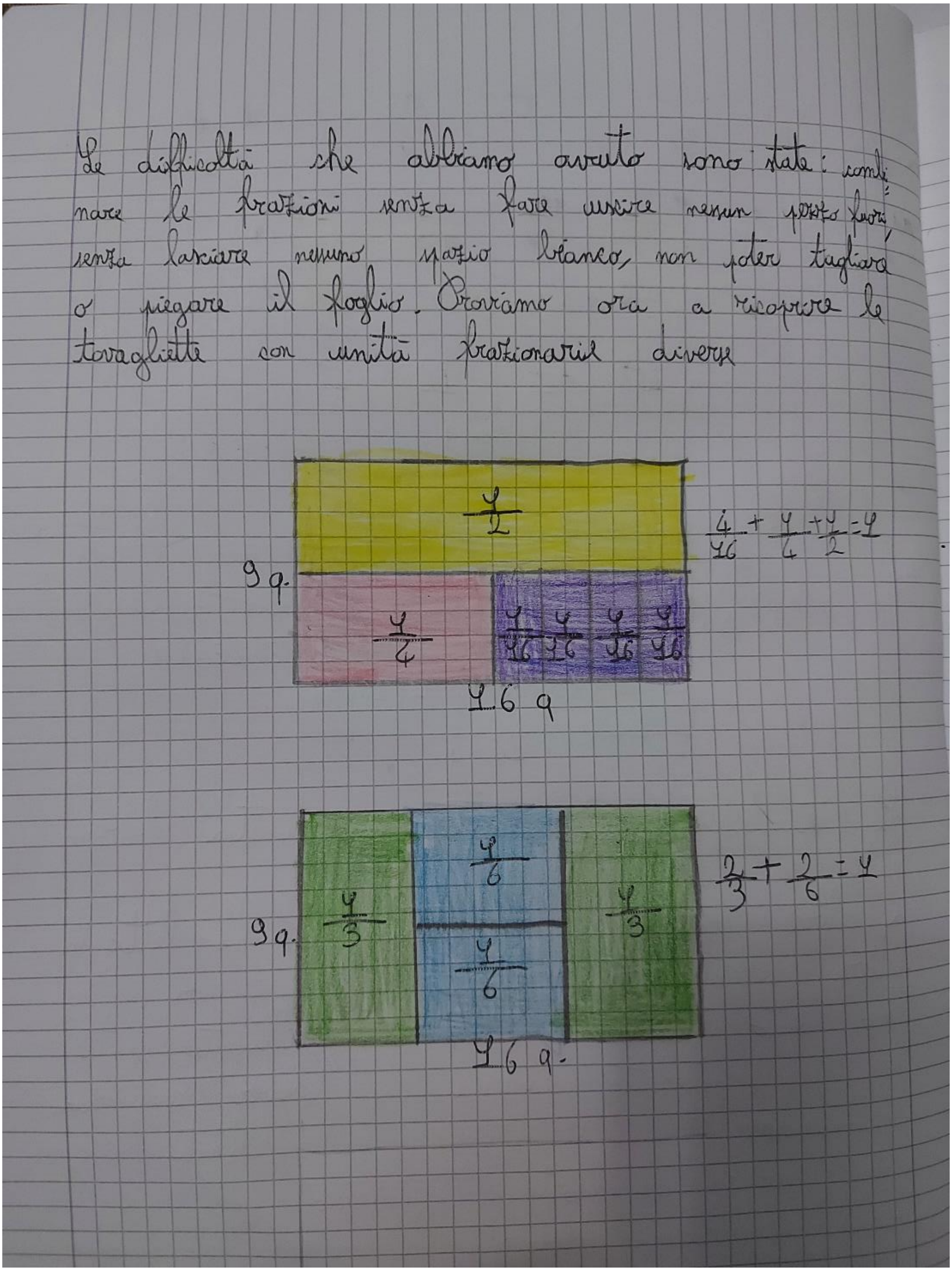


Figura 30 foto del quaderno numero 4.

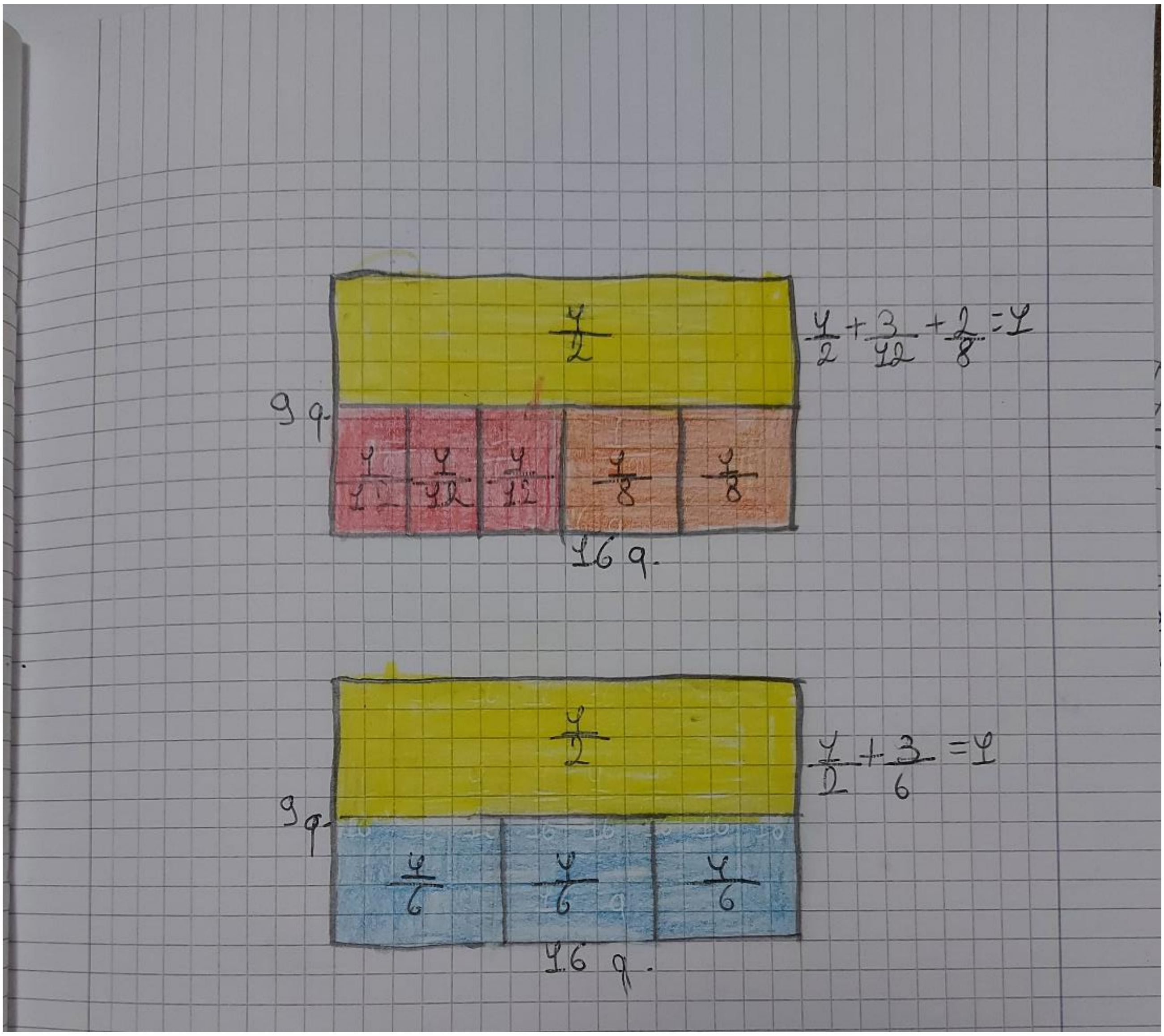


Figura 31 Foto del quaderno numero 5.

10 Febbraio 2022 CONFRONTO DI UNITA’ FRAZIONARIE **SERVE REGISTRAZIONE**

L’attività di frazionamento dei fogli A4 colorati e la realizzazione di buste contenenti le diverse unità frazionarie, hanno dato la possibilità di poter confrontare le frazioni e di stabilire una relazione d’ordine tra esse. Abbiamo ridisegnato sul quaderno le unità frazionarie realizzate con i fogli e provato ad ordinali secondo un ordine crescente.

La maggior parte dei bambini ha ordinato le diverse unità frazionarie partendo dalla frazione con denominatore più piccolo, dunque ha cercato di applicare le regole che valgono con i numeri naturali anche con i numeri razionali.

L: “Maestra ma dobbiamo ordinarli in base al numero o alla quantità?”

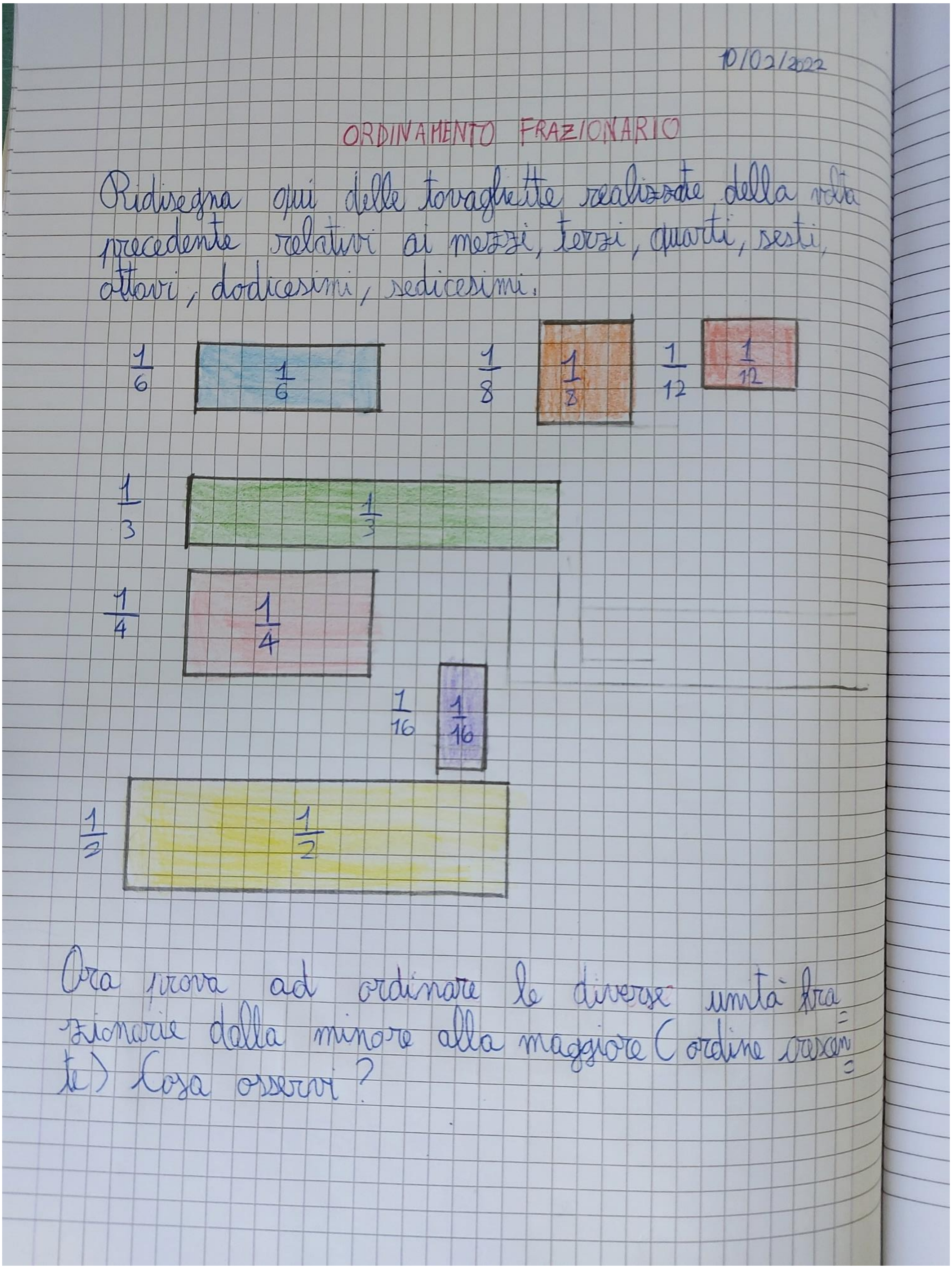


Figura 32 Foto del quaderno numero 1.

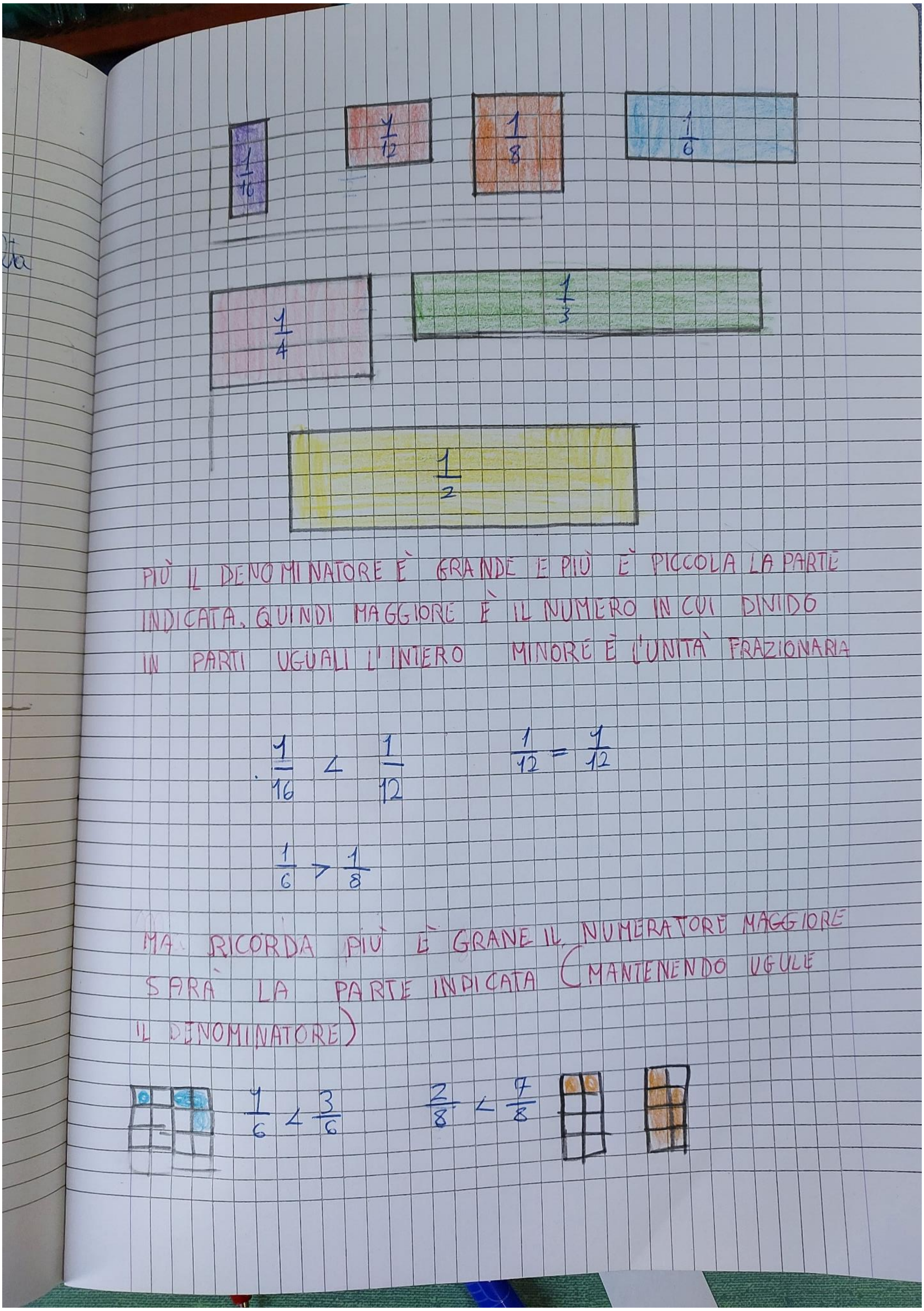


Figura 33 Foto del quaderno numero 2.

16 Febbraio 2022 FRAZIONI PROPRIE IMPROPRIE E APPARENTI ED ORDINAMENTO TRA FRAZIONI

Per questa lezione, ho attaccato alla lavagna le tovagliette realizzate dai bambini per la sarta Marta, scegliendone sette (vedi Figura 34)

*Figura 14*Tovagliette delle unità frazionarie attaccate alla lavagna.

Io: *"L'altra vola, in squadre, abbiamo realizzato queste tovagliette. Ne ho scelte sette. Se guardate abbiamo usato unità frazionarie diverse per ricoprire la tovaglietta, dunque formare cosa?"*

S: *"L'intero!"*

Io: "*Perché ad esempio un mezzo, più tre dodicesimi, più due ottavi…a che è uguale?"*

D: *"Un mezzo"*

V: *"No, è uguale ad un intero"*

Io: *"La domanda che vi faccio è questa: quali sono le unità frazionarie che abbiamo usato per coprire queste tovagliette?"*

F: *"Un mezzo, un quarto, un terzo, un sesto, un sedicesimo…maè non vedo bene i numeri"*

S: "*Anche se non leggi le frazioni F. ricordati i colori"*

Io: "*Se dovessimo nominarli in ordine, dal più grande al più piccolo, come diremmo?"*

D: "*Mae facilissimo, voglio rispondere io"*

M: *"Mae io"*

L: "*Mae dopo posso dirlo anche io?"*

D: "Un mezzo, un sedicesimo… no quello è più piccolo. Un terzo, un quarto, un sesto, un mezzo…"

M: "Allora maè un mezzo, un terzo, un quarto, un sesto, un ottavo, un dodicesimo, un sedicesimo"

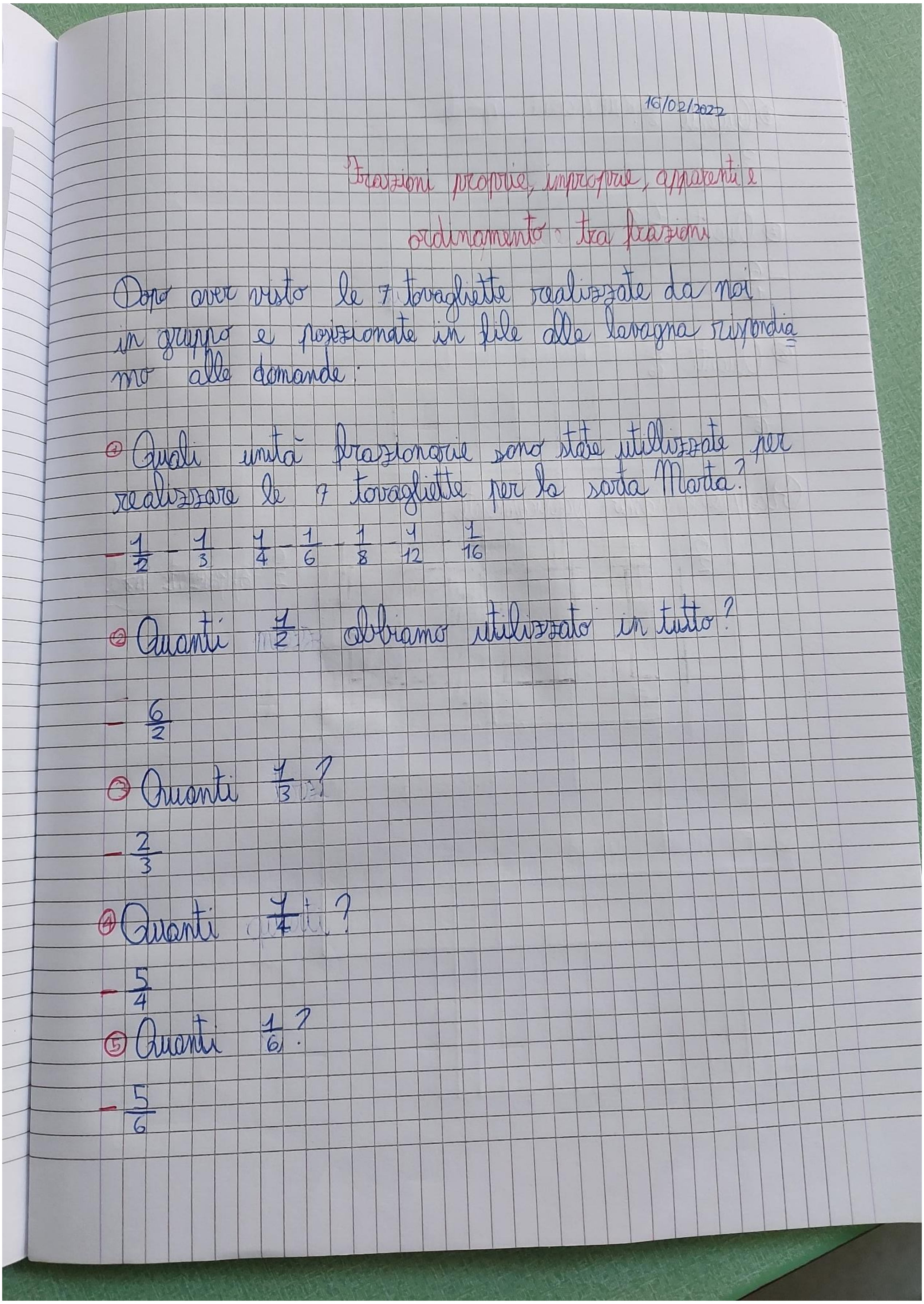
Io: "Ora dal più piccolo al più grande?"

L: "Un sedicesimo, un dodicesimo, un ottavo, un sesto, un quarto, un terzo, un mezzo"

D:" No maè ha detto tutto il contrario"

S: "No ha detto giusto".

Dopo questo momento iniziale di ripasso, abbiamo lasciato traccia del lavoro svolto sul quaderno (vedi Figura 35 e 36).



16/02/2022

Frazioni proprie, improprie, apparenti e ordinamento tra frazioni

Dopo aver visto le 7 tovagliette realizzate da noi in gruppo e posizionate in file alle lavagna rispondiamo alle domande:

① Quali unità frazionarie sono state utilizzate per realizzare le 7 tovagliette per la sarta Marta?

– $\frac{1}{2}$ – $\frac{1}{3}$ – $\frac{1}{4}$ – $\frac{1}{6}$ – $\frac{1}{8}$ – $\frac{1}{12}$ – $\frac{1}{16}$

② Quanti $\frac{1}{2}$ abbiamo utilizzato in tutto?

– $\frac{6}{2}$

③ Quanti $\frac{1}{3}$?

– $\frac{2}{3}$

④ Quanti $\frac{1}{4}$?

– $\frac{5}{4}$

⑤ Quanti $\frac{1}{6}$?

– $\frac{5}{6}$

Figura 35 Foto del quaderno numero 1.

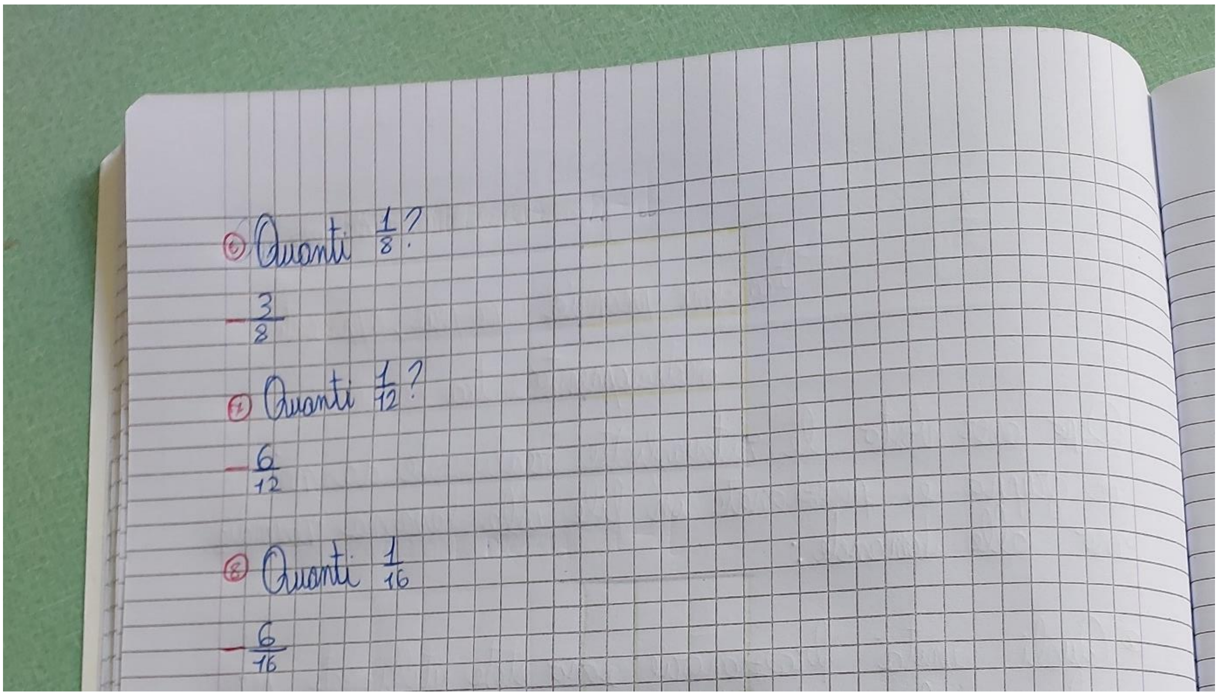


Figura 36 Foto del quaderno numero 2.

Abbiamo rappresentato, poi, graficamente le frazioni prima scritte.

Io: "Bambini, come faccio a rappresentare graficamente sei mezzi? Allora… disegno la tovaglietta e la divido in quante parti uguali?"

D: "Otto!"

L: "Due!"

Io: "In due parti uguali…e devo prenderne sei pezzi, ma come faccio, io ne ho già colorati due"

L: "Devo dividerlo in sei parti uguali"

Io: "Se divido la tovaglietta in sei parti uguali, cambia il denominatore… non è più due ma sei. Il numero che sta sotto la linea di frazione, dunque il denominatore, mi dice in quante parti uguali devo dividere l'intero. Quindi se in questa frazione ci sta due, che significa?"

A: "Che l'intero va diviso in due parti uguali"

Io: "Benissimo, però al numeratore c'è sei. Dunque devo considerare sei parti. Però ho un problema, che non so risolvere: ho disegnato la tovaglietta, l'ho divisa in due parti uguali, ho considerato due parti, ma poi?"

L: "Non si può fare!"

D: "Si può fare, lo divido in otto parti"

L: "Maestra ho capito…dobbiamo togliere la linea"

M: "Maestra questo è un trabocchetto. Te lo posso dire io? Devo pensare… Noi se lo divisiamo come ha detto Debora, in otto parti, è sbagliato quindi dobbiamo dividerlo in quattro"

Io: "Se metto quattro il denominatore diventa quattro qui abbiamo due"

L: "Maestra, si deve fare un altro quadrato…rettangolo!"

Io: "Esatto, un'altra tovaglietta"

J: "Maestra io lo sapevo! Si devono fare altri due rettangoli e abbiamo fatto"

G: "Ha ragione J." (Vedi Figura 37)

Io: "Quindi, due mezzi, più due mezzi, più due mezzi a cosa è uguale?"

D: "A sei mezzi, quindi tre interi".

Io: "Che frazione è? Propria, impropria o apparente?"

D e M: "Impropria!"

L e S: "Apparente!"

Io: "è apparente quando completo perfettamente uno o più interi, quindi sì è apparente".

Abbiamo svolto in maniera analoga le altre frazioni (vedi Figura 37, 38, 39).

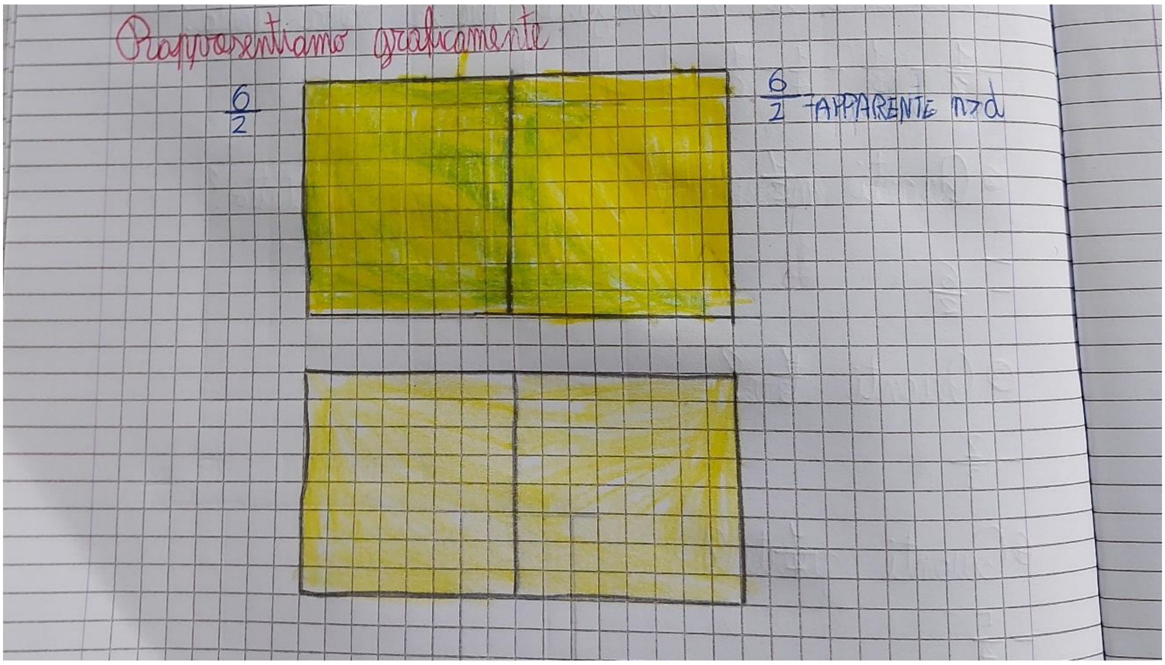


Figura 37 Foto del quaderno numero 3.

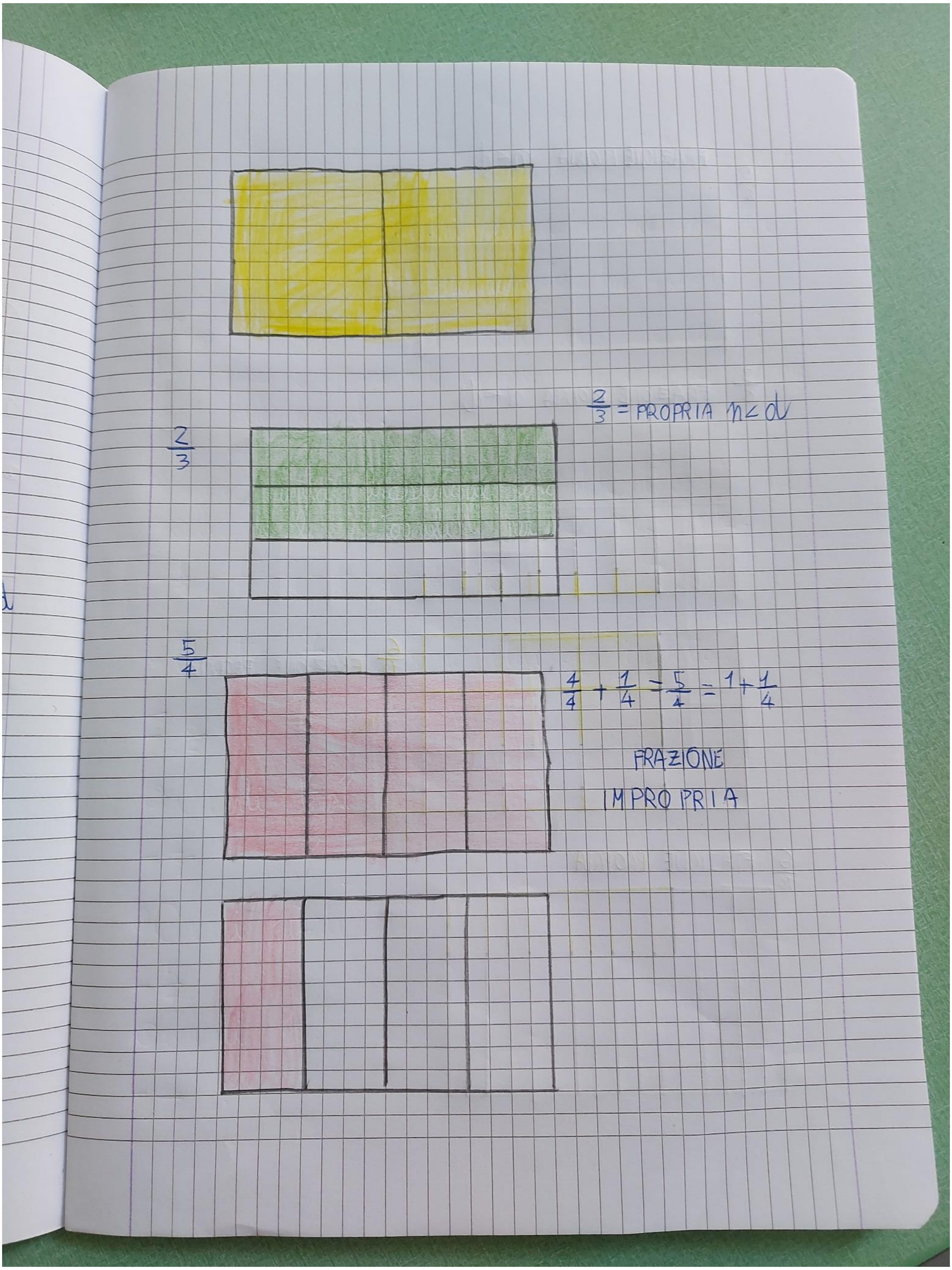


Figura 38 Foto del quaderno numero 4.

Figura 39 Foto del quaderno numero 5.

Io: "Adesso proviamo a fare questo esercizio: ordinare le frazioni in ordine decrescente (dal più piccolo al più grande)".

A: "In base alla quantità maestra?"

L: "Maestra quindi dobbiamo vedere la quantità, quindi la forma?"

M: "Quindi dobbiamo vedere il denominatore giusto?"

Io: "Dobbiamo ordinare le quantità, le parti colorate. Qual è tra quelle segnate la frazione che rappresenta una quantità maggiore?"

M: "Quindi dobbiamo vedere il numeratore?"

Io: "Abbiamo sempre detto che il denominatore più è grande e più la parte considerata è piccola, ma se io di quella parte piccola ne considero tante parti diventa una quantità maggiore".

M: "Ahhhhhh"

Io: "Guardate qui. Se io ho due terzi, la tovaglietta la divido in tre parti e ne considero due. Ma guardate la quantità. Seppur un terzo è maggiore di un quarto, dei quarti qui ne ho colorati addirittura cinque, lì solo due. Quindi cinque quarti è maggiore dei due terzi. Nel primo caso ho colorato una tovaglietta ed un po', nel secondo caso una tovaglietta non sono riuscita a coprirla. Una cosa è guardare le unità frazionarie, un'altra cosa è guardare le frazioni".

S: "Ahh ho capito!".

V: "Si anch'io ho capito!".

M: "No io non ho capito, facciamolo insieme".

Dal lavoro collettivo di ordinamento, è emerso che c'erano due frazioni che rappresentavano la stessa quantità: abbiamo così introdotto il concetto di frazione equivalenti. L'ordine con cui scriverle era, per tali ragioni, indifferente (Vedi Figura 40).

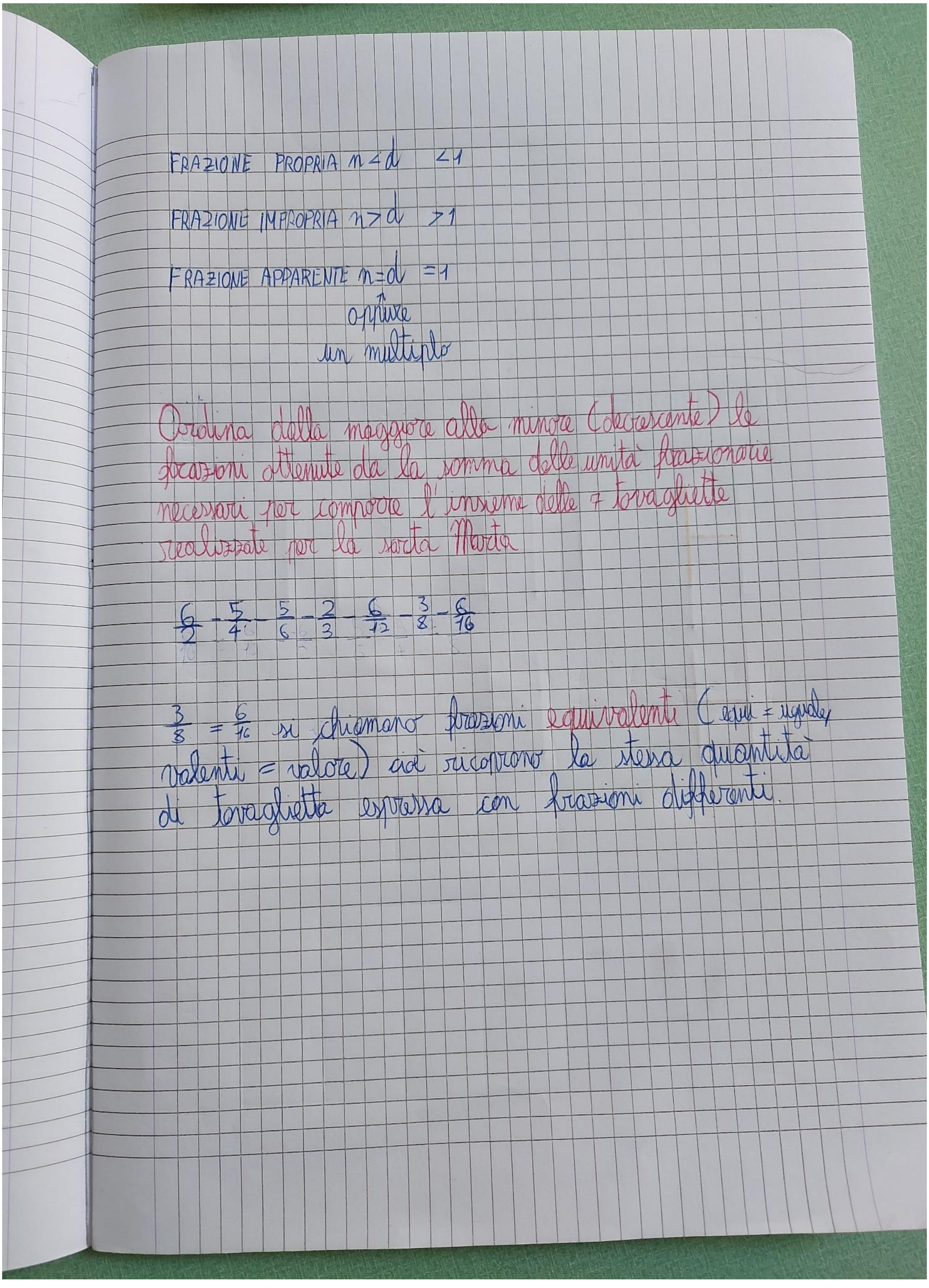


Figura 40 Foto del quaderno numero 6.

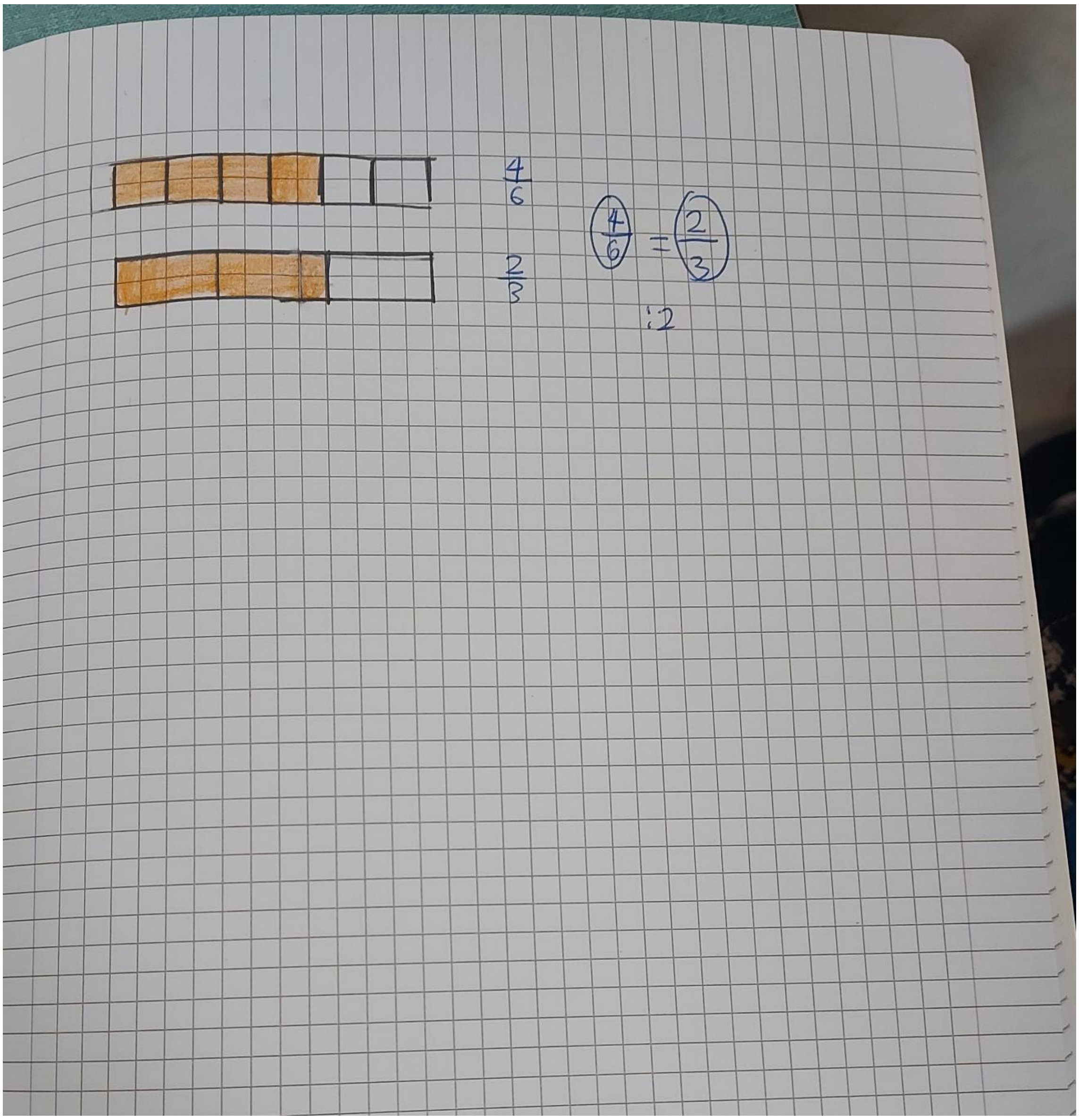


Figura 60

21 Febbraio 2022 FRAZIONI EQUIVALENTI SU TOVAGLIETTE

Dopo un breve ripasso sulle attività svolte in precedenza, ho diviso la classe in quattro gruppi. Ho distribuito dei fogli colorati A4 con il compito di frazionarli: rispettivamente dovevano realizzare due quarti, tre sesti, quattro ottavi e otto sedicesimi. Di un foglio diviso in quattro parti, dovevano ritagliare due pezzi, di un foglio diviso in sei parti, dovevano ritagliare tre parti e così per le restanti frazioni (vedi Figura 61, 62, 63). La pratica usata per il frazionamento è stata per tutti i gruppi la pieghettatura.

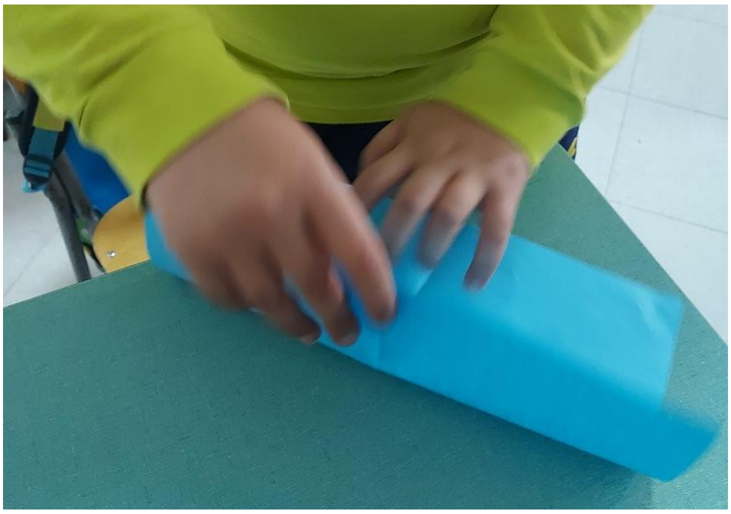


Figura 61

Figura 62

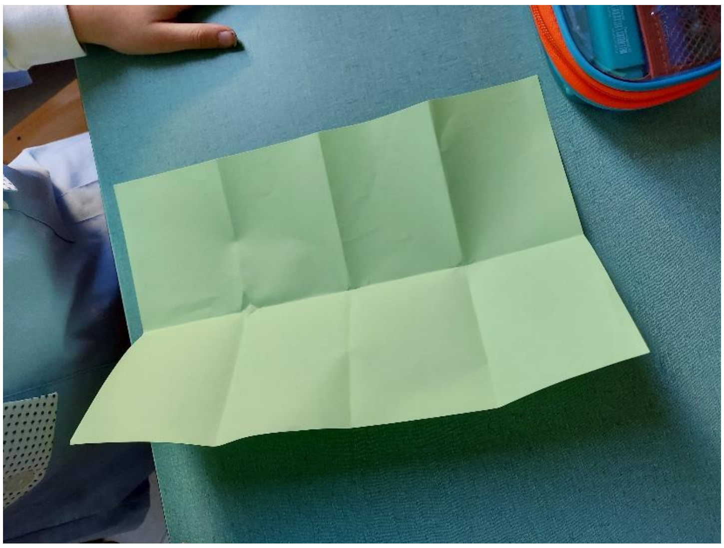


Figura 63

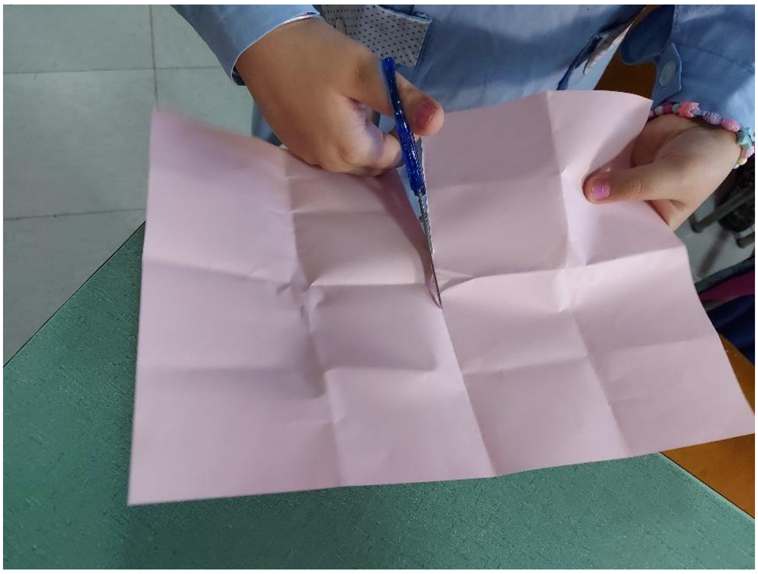


Figura 64

Una volta che ciascun gruppo ha realizzato le tovagliette, ne ho scelte quattro, una per ciascuna frazione e le ho appese alla lavagna, una sotto l'altra così da poterle confrontare (vedi Figura 65)

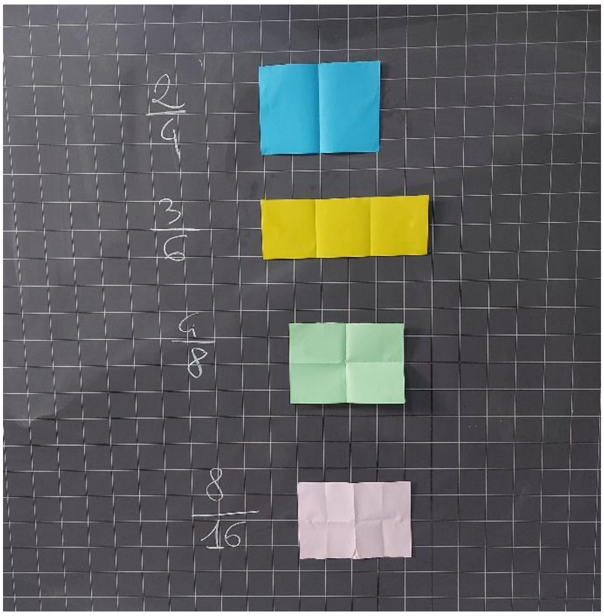


Figura 65

Io: "Facciamo un riepilogo dell'attività svolta"

S: "Abbiamo diviso in parti un intero"

L:" Abbiamo diviso in parti uguali un intero e abbiamo tagliato una metà, cioè la parte che si doveva ritagliare"

Io:" Quindi avete tagliato tutti la metà per caso?"

Tutti: "Noo!"

G: "Sì, maè in realtà si "

P: "No, non tutti quanti"

V: “No, solo il primo, gli altri tre no…Ah no, si tutti l’abbiamo dovuti tagliare a metà”

Io: “Proviamo a chiedere, P. del primo gruppo tu hai tagliato la metà?”

P: “Sì, io avevo due quarti e l’ho tagliata a metà”

Io: “Voi del secondo gruppo?”

J: “Sì maè, anche noi abbiamo tagliato la metà”

Io: “Okay, il terzo gruppo?”

V: “Sì maè, l’abbiamo tagliato a metà!”

Io: “L’ultimo gruppo?”

A: “Anche noi!”

Io: “Guardando le frazioni che abbiamo realizzato, quale frazione devo pescare dal nostro raccoglitore che è uguale…”

P: “Tutte maè sono uguali tra di loro”

Io: “Benissimo, tutte sono uguali tra loro, e sono tutte uguali a quali frazione?”

L:” Maestra! Posso dirlo io? Tutte queste frazioni sono uguali a un mezzo!”

Io: “Dici un mezzo? Proviamo”

Estraggo un mezzo dal contenitore dei mezzi e lo attacco di fianco alle frazioni realizzate in quel momento dai bambini. Una bambina sovrappone un mezzo con due quarti ed osserva che le due figure sono equivalenti (vedi Figura 66).

Figura 66

L: “Maestra sono tutte uguali ad un mezzo tranne tre sesti!”

Io: “Bambini, le volte precedenti cosa avevamo detto? Anche se la forma cambiava, un mezzo era sempre un mezzo dell’intero, perché sono figure…equi…”

Tutti: “Equiestese!”

Un’altra bambina, estrae dal raccoglitore un foglio che rappresenta un mezzo, ma con forma diversa dalla precedente e più simile a quella dei tre sesti e lo sovrappone costatando la congruenza (vedi Figura 67)

Figura 67

Decido di mostrare l’esattezza dell’ipotesi prendendo un foglio giallo e piegandolo in modo da realizzare i tre sesti nel modo analogo alle altre frazioni (metà foglio A4).

S: (prende il foglio rappresentante un mezzo e lo fa coincidere con tutte le altre frazioni) “*Maestra quindi un mezzo è uguale a due quarti, a tre sesti, a quattro ottavi, a otto sedicesimi, rappresentano la stessa quantità. Se infatti prendi questo foglio (*indica il foglio relativo ai quattro ottavi) *e lo dividi a metà ottieni otto sedicesimi. Dunque ci sono frazioni che sono diverse ma rappresentano la stessa quantità” (*Vedi Figura *68).*

Figura 68

Al termine dell’attività, abbiamo lasciato traccia del lavoro sul quaderno (Vedi Figura 69).

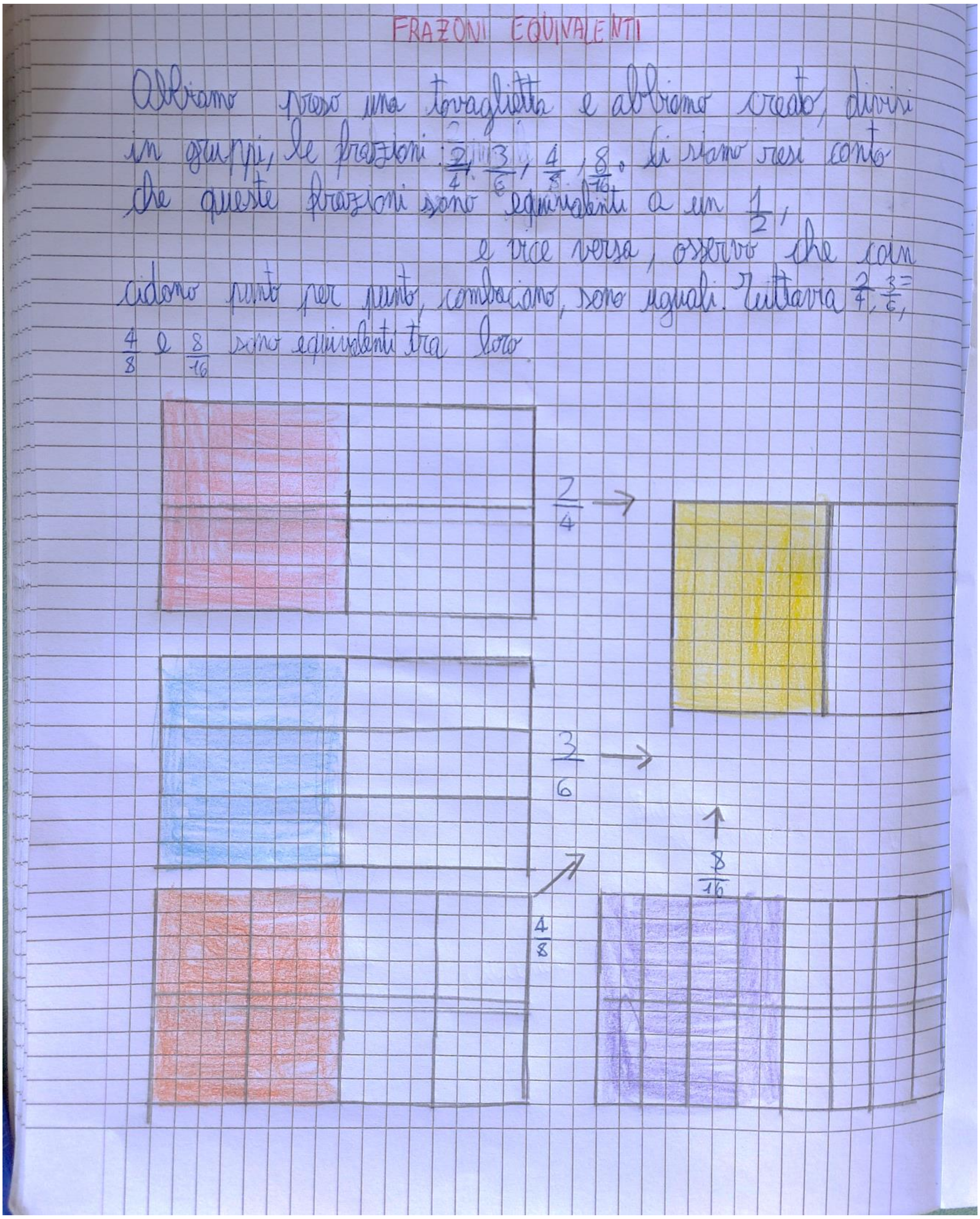


Figura 70

25 Febbraio 2022 FRAZIONI SU FOGLI QUADRETTATI, Unità DI MISURA VARIABILE

Sono passata ad introdurre, gradualmente, un nuovo artefatto che segna il passaggio da frazione come parte di un intero a frazione come punto su una retta. Ciò che mi consentirà di creare ciò è l'artefatto "striscia" che darà la possibilità anche di ragionare in termini di multipli e sottomultipli.

Distribuisco a ciascun bambino un foglio quadrettato ed assegno il compito di realizzare una tovaglietta, ovvero l'unità di misura. Le misure con cui realizzarle saranno arbitrarie. Una volta realizzata, ciascuna tovaglietta dovrà essere divisa in mezzi colorandone sono una parte. A differenza dell'artefatto tovaglietta che aveva consentito di fare ragionamenti con unità di misura sempre uguali (il foglio A4), qui si propone una diversa unità di misura per un’analoga frazione. I bambini iniziano a lavorare, consultandosi anche tra di loro (vedi Figura 71, 72).

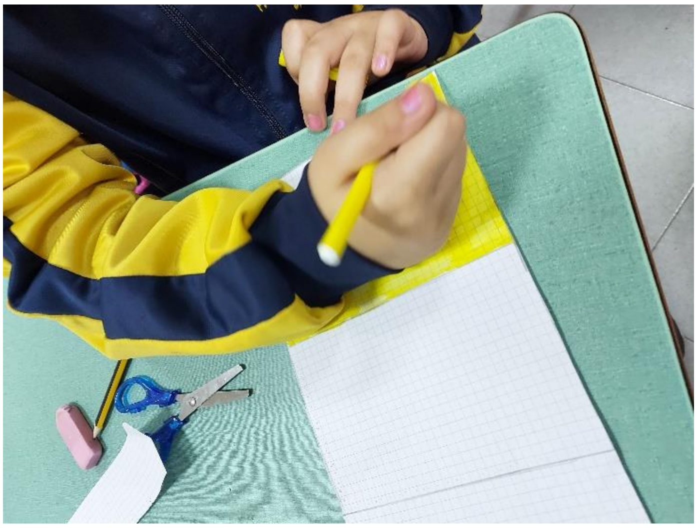


Figura 71

Figura 72

Una volta conclusi i lavori, scelgo quattro tovagliette tra quelle realizzate aventi misure diverse e le attacco alla lavagna facendo corrispondere un lato della tovaglietta in modo da poterle confrontare (vedi Figura 73).

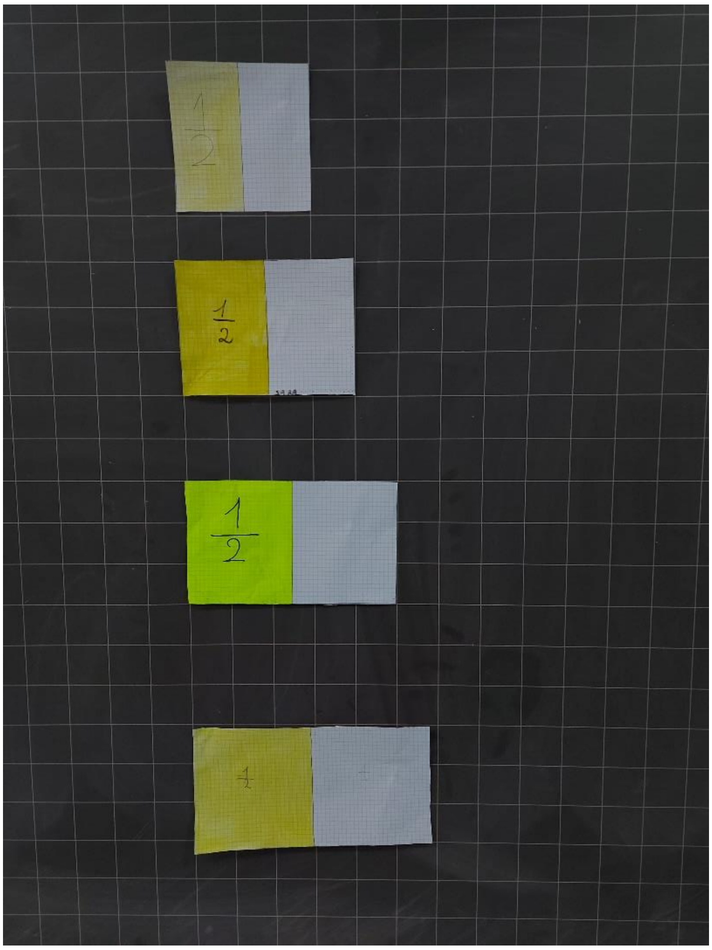


Figura 73

Io: "Bambini, osservando il lavoro che avete realizzato, queste tovagliette sono uguali?"

Tutti: "Noo!"

L: "Sono di grandezze diverse"

Io: "Sì, perché ognuno ha scelto una misura diversa. Ma guardiamo i mezzi. Come sono?"

D: "Uguali"

S: "No diversi, alcuni sono più grandi e altri più piccoli"

Io: "E quindi non posso più chiamarlo mezzo se non è uguale?"

L: "No, è sempre un mezzo ma dipende dall'unità di misura che prendi. Se grande sarà grande, se piccolo sarà piccolo. Maestra io credo che in qualsiasi forma, di qualsiasi grandezza, noi possiamo sempre dividerla in parti uguali che si chiamano allo stesso modo".

04 Marzo 2022 INTERO COME SOMMA DI FRAZIONI

Ci si avvicina alla retta dei numeri introducendo l'artefatto striscia. Ogni bambino aveva una consegna. Dopo aver distribuito dei fogli quadrettati ho detto loro di dover scegliere un'unità di misura a piacere per la tovaglietta e di riprodurla sul foglio tante volte quanto possibile (vedi Figura) , di scrivere nel punto di incontro delle tovagliette (alla fine) il numero totale di tovagliette in fila ed infine di dividere ciascuna tovaglietta in mezzi. Bisognava seguire la stessa procedura con una seconda striscia rappresentando, però i terzi (vedi Figura 75, 76, 77).

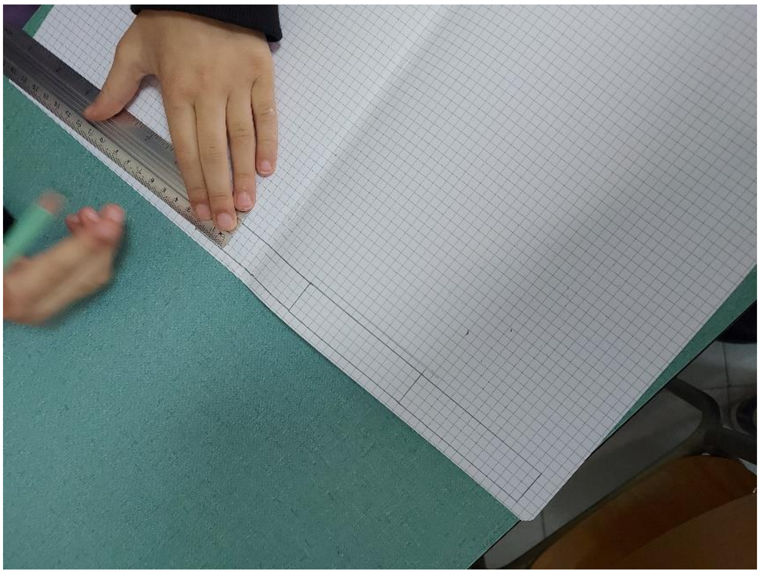


Figura 75

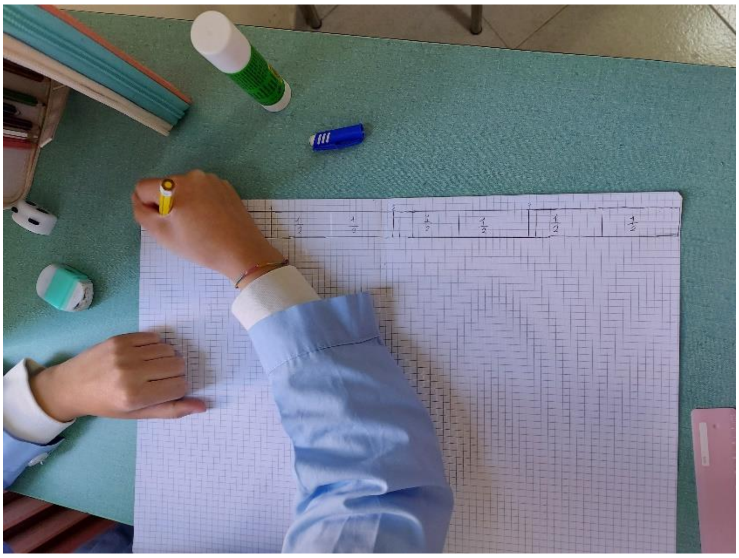


Figura 76

Figura 77

Al termine del lavoro individuale, ho appeso alla lavagna le strisce realizzate. (Vedi Figura 78, 79)

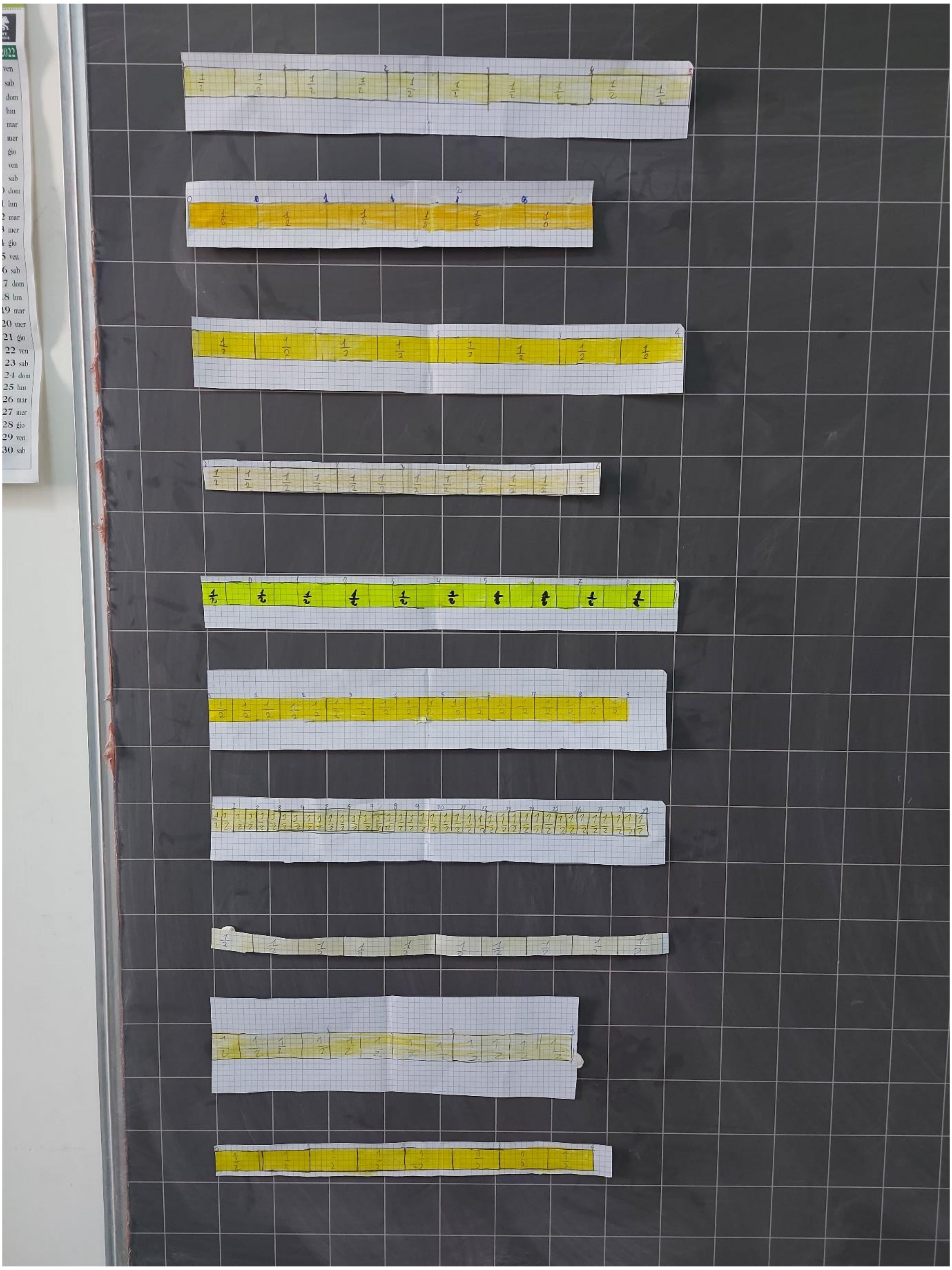


Figura 79

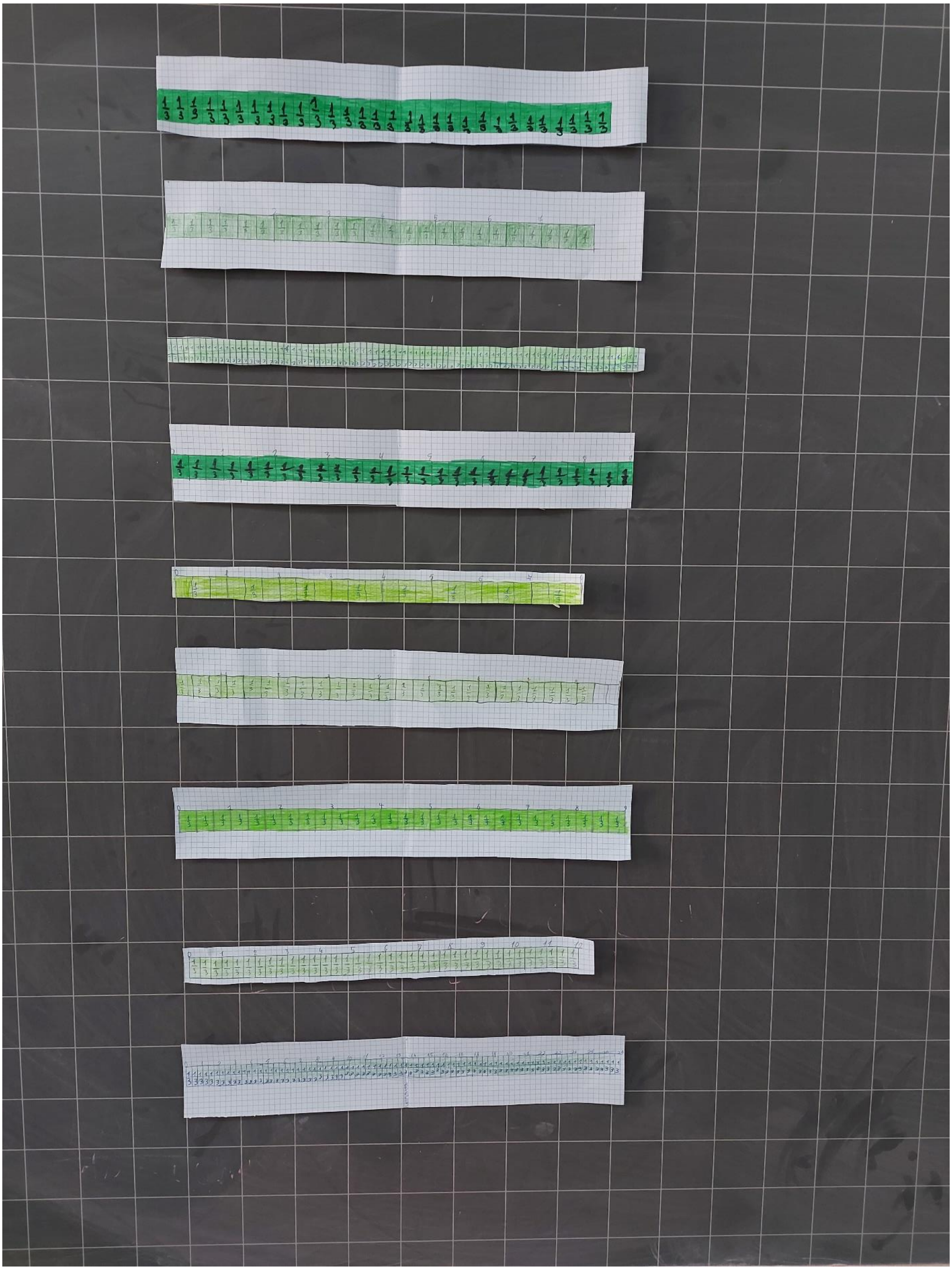
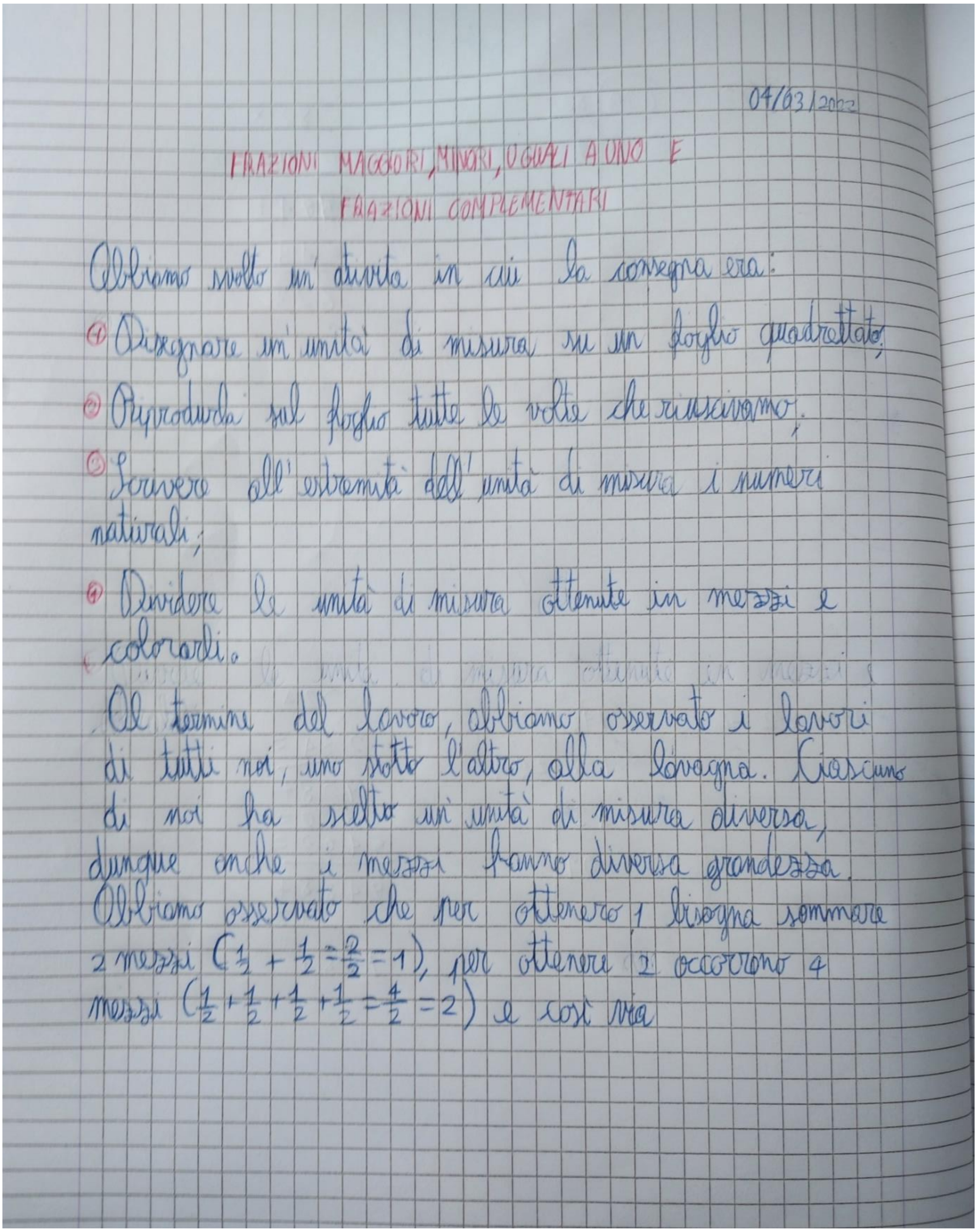


Figura 79

I bambini, osservando insieme i lavori e confrontandoli, si sono resi conto che ciascuno di loro aveva scelto un’unità di misura differente e, di conseguenza, anche la grandezza dei mezzi o dei terzi cambiava. Tuttavia, rappresentavano sempre quella frazione.

Si sono esercitati, poi, sul come sommare frazioni per ottenere un certo numero di interi.

Abbiamo, poi, lasciato traccia dell’attività sul quaderno (vedi Figura 80, 81).



04/03/2022

FRAZIONI MAGGIORI, MINORI, UGUALI A UNO E
FRAZIONI COMPLEMENTARI

Abbiamo svolto un'attività in cui la consegna era:

1. Disegnare un'unità di misura su un foglio quadrettato;
2. Riprodurla sul foglio tutte le volte che riuscivamo;
3. Scrivere all'estremità dell'unità di misura i numeri naturali;
4. Dividere le unità di misura ottenute in mezzi e colorarli.

Al termine del lavoro, abbiamo osservato i lavori di tutti noi, uno sotto l'altro, alla lavagna. Ciascuno di noi ha scelto un'unità di misura diversa, dunque anche i mezzi hanno diversa grandezza. Abbiamo osservato che per ottenere 1 bisogna sommare 2 mezzi $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1)$, per ottenere 2 occorrono 4 mezzi $(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2)$ e così via

Figura 80

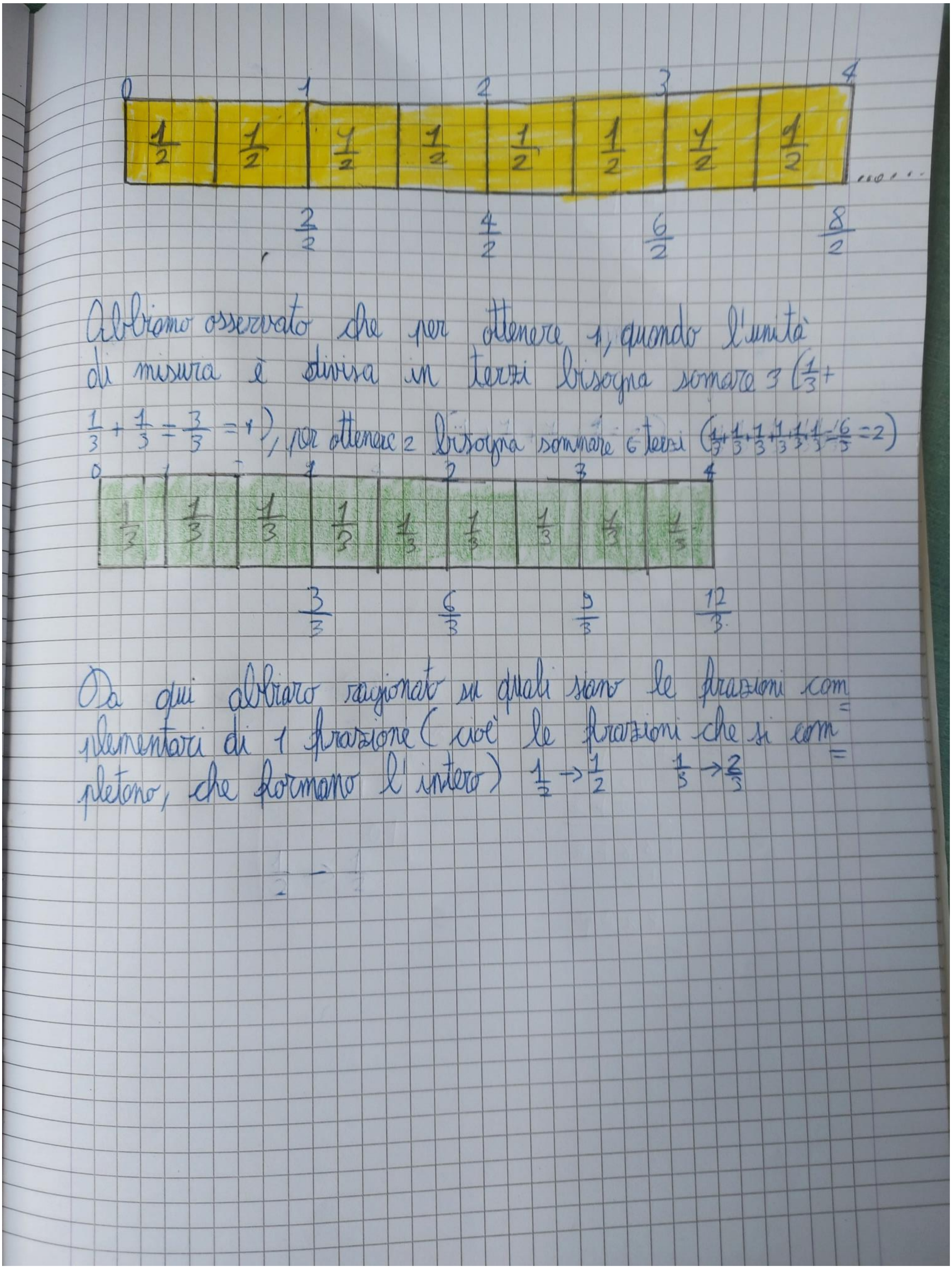

0 1 2 3 4
1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 1/2 ......
2/2 4/2 6/2 8/2
Abbiamo osservato che per ottenere 1, quando l'unità di misura è divisa in terzi bisogna sommare 3 (1/3 + 1/3 + 1/3 = 3/3 = 1), per ottenere 2 bisogna sommare 6 terzi (1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 + 1/3 = 6/3 = 2)
0 1 2 3 4
1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3 1/3
3/3 6/3 9/3 12/3
Da qui abbiamo ragionato su quali siano le frazioni complementari di 1 frazione (cioè le frazioni che si completano, che formano l'intero) 1/2 → 1/2 1/3 → 2/3

Figura 81

Osserva la scheda: c'è una tovaglietta divisa in parti uguali. Scrivi negli spazi di che frazione si tratta e colorali del colore scelto in classe. Nel caso di frazioni non fatte in classe, scegli un colore a piacere.

Black Line Fraction Strips

1

$\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$

$\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{4}$

$\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{1}{5}$

$\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{6}$

$\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$

$\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{8}$

$\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{9}$

$\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$ $\frac{1}{10}$

$\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$ $\frac{1}{11}$

$\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{12}$

24 Marzo 2022 COME OTTENERE L'INTERO, CONFRONTO TRA FRAZIONI, E FRAZIONI EQUIVALENTI SU STRISCIA QUADRETTATA

Io:" La volta precedente, la maestra vi aveva dato dei fogli quadrettati. Io vi avevo chiesto di scegliere una unità di misura, cioè una misura qualsiasi per la tovaglietta e vi avevo chiesto di copiarla tante volte quante entravano nel foglio. Poi dovevamo inserire i numeri 0, 1, 2, 3 ecc ogni volta che si incontravano le due tovagliette, quindi agli estremi. Poi mi avevo detto di dividere l'intero in mezzi o in terzi. Avevamo messo in fila tutti i terzi da un lato, tutti i mezzi dall'altro lato e che avevamo osservato? La grandezza dei mezzi era uguale o diversa?"

S: "Era diversa. Perché avevamo preso una quantità di ognuno diversa"

Io: "Esatto…ma scusatemi, visto che questo mezzo, ad esempio, è di due quadratini mentre quest'altro il mezzo è di dieci quadratini, non si chiamano più mezzi?"

Tutti: "No si chiamano mezzi!"

Io: "Quindi sono sempre mezzi, anche se la grandezza è diversa. Ma diversa perché? Perché è diversa?"

S: "L'unità di misura"

L: "Io penso, non lo so se è vero, che tutte quante le forme possono essere sia mezzi, sia terzi, sia quarti…"

Io: "Infatti, qualsiasi sia l'unità di misura, la tovaglietta, io posso sempre fare un mezzo. Poi se questa figura è grande, un mezzo sarà comunque grande, se questa forma è piccola, un mezzo sarà comunque piccolo. Poi che abbiamo detto? Abbiamo fatto un calcolo, chi si ricorda?"

G e S: "Ah per ottenere l'intero!"

Io: "Avevamo la linea dei mezzi, per formare un intero quanti mezzi occorrono?"

S: "Due"

P: "Uno!"

L: "Quattro"

Faccio il disegno della striscia alla lavagna e ripongo la domanda.

Io: "Quindi quanti mezzi occorrono?"

Tutti: "Due!"

L: "Se abbiamo un quarto, allora ne occorrono quattro"

S: "Infatti te lo dice il denominatore quante parti occorrono per formare un intero"

Io: "Per formare due interi, quanti mezzi occorrono?"

Tutti: "Quattro"

Io: "Per fare tre interi?

Tutti: "Sei!"

Dopo questa introduzione, abbiamo lasciato traccia del lavoro svolto sul quaderno e continuato ad esercitarci su come ottenere interi sommando unità frazionarie, dunque come ottenere numeri naturali sommando numeri razionali (vedi Figura 82).

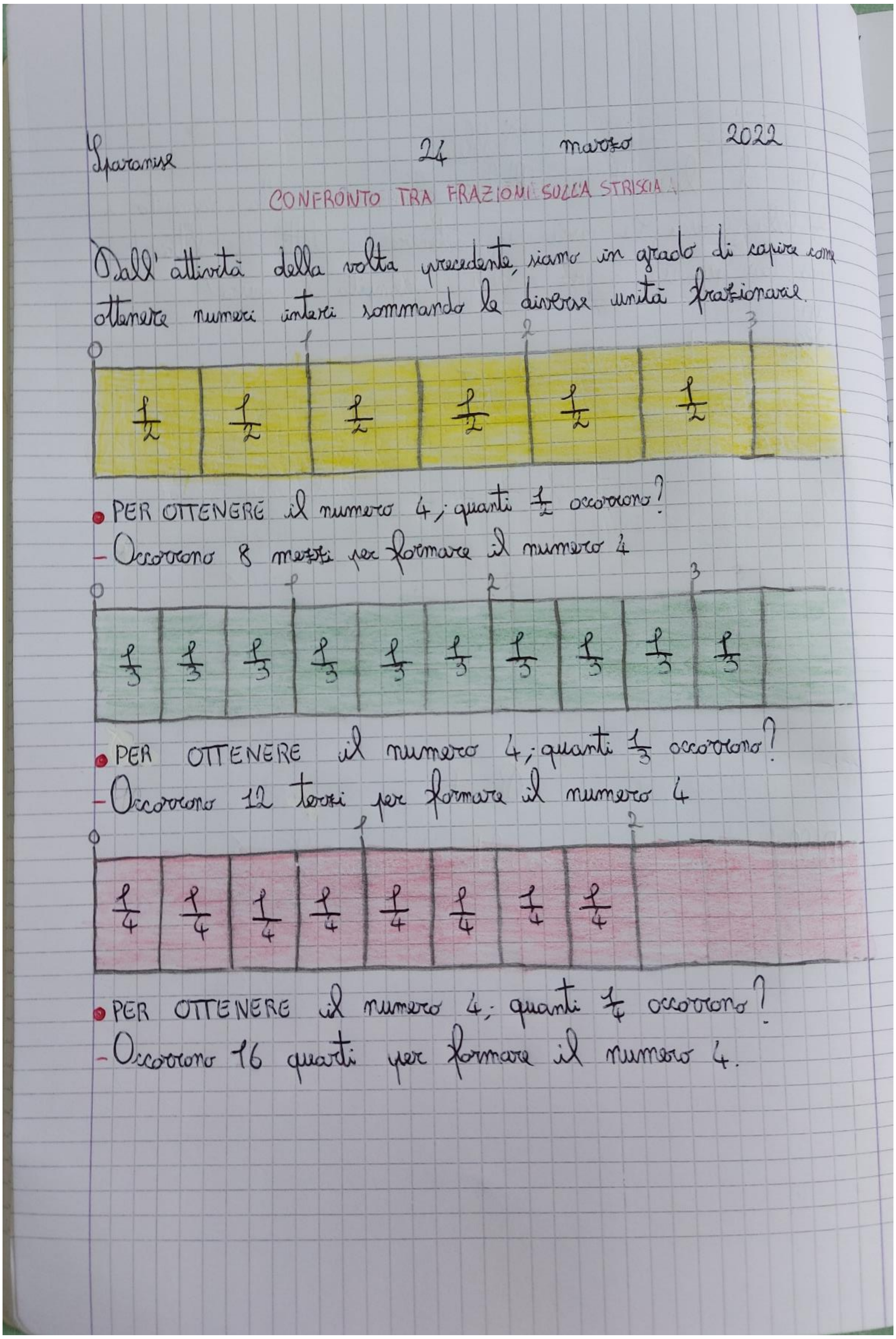


Figura 82 Foto del quaderno numero 1.

Dopo questa prima parte, i bambini sono stati divisi in due gruppi. Ciascun gruppo aveva il compito di realizzare su di un foglio quadrettato, stabilendo una stessa unità di misura uguale per i due gruppi (tovaglietta di misura 12x5[1] quadretti), due strisce: un gruppo doveva rappresentare su una striscia i mezzi e sull'altra i quarti, l'altro gruppo doveva rappresentare su una striscia i terzi e sull'altra i sesti (vedi Figura 83, 84, 85, 86).

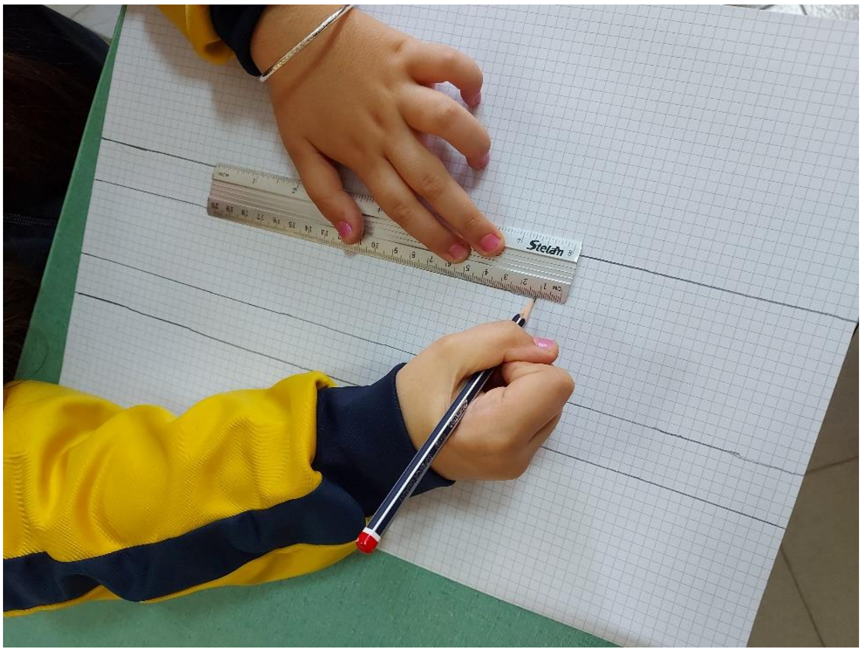


Figura 83

Figura 84

[1] La scelta dei dodici quadretti non è stata casuale ma dettata da ragioni ben precise: l'intento era quello di condurre i bambini ad un confronto tra frazioni ed individuare frazioni equivalenti. Dunque dodici rappresenta il m.c.m. tra i mezzi, i terzi, i quarti ed i sesti.

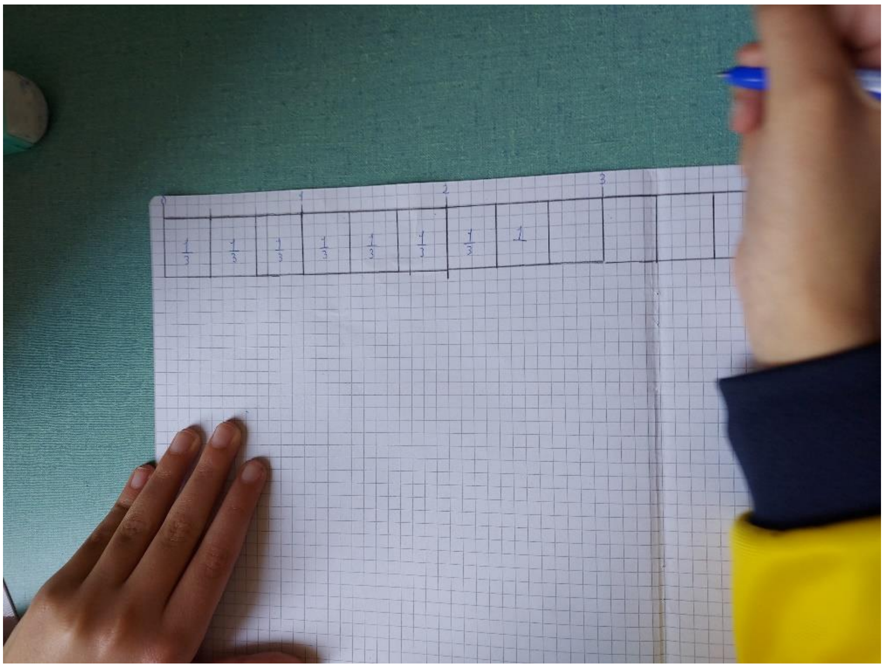


Figura 85

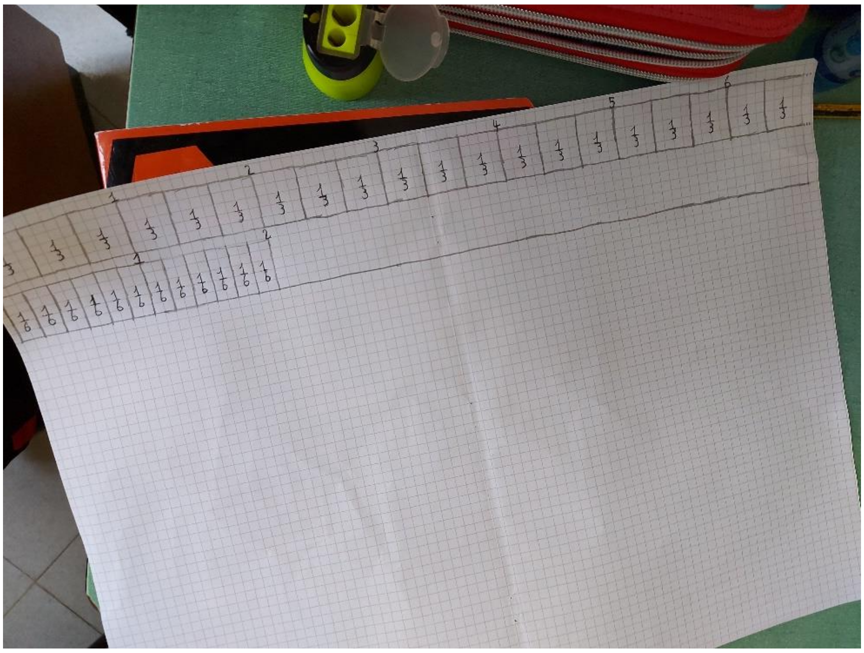


Figura 86

Dopo aver realizzato le strisce, ne ho scelte quattro, una per ciascuna frazione, e le attaccate alla lavagna (vedi Figura 87, 88).

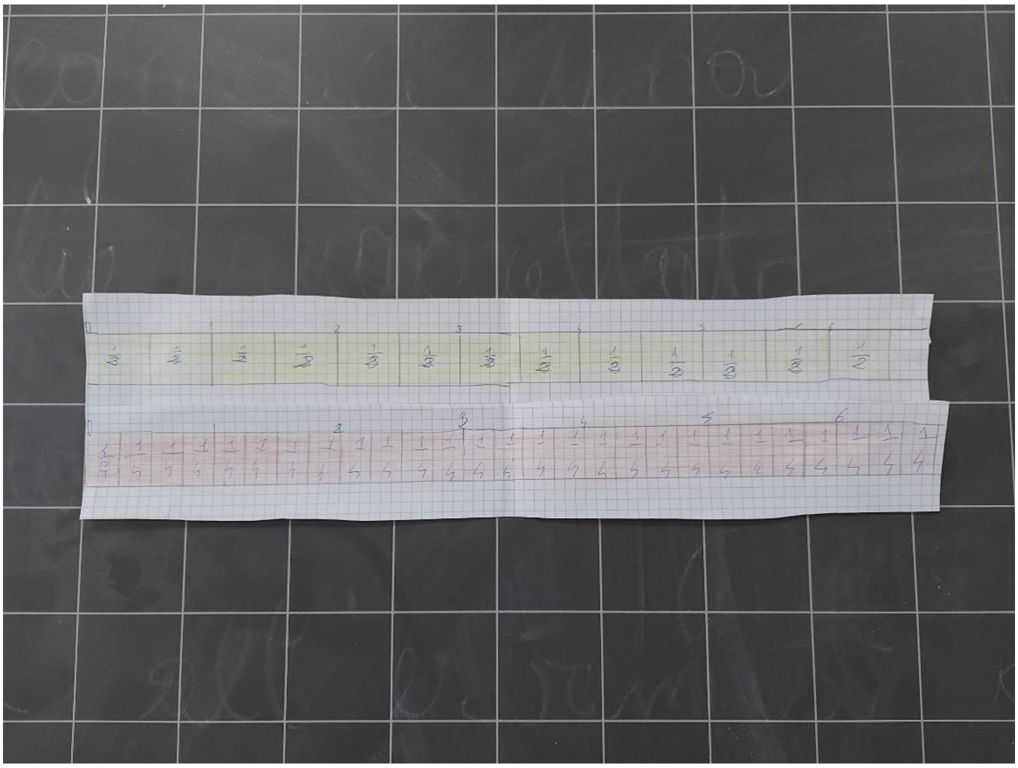


Figura 87 Le strisce relative ai mezzi ed ai quarti sono attaccate alla lavagna una accanto all'altra e fatte partire dallo stesso punto.

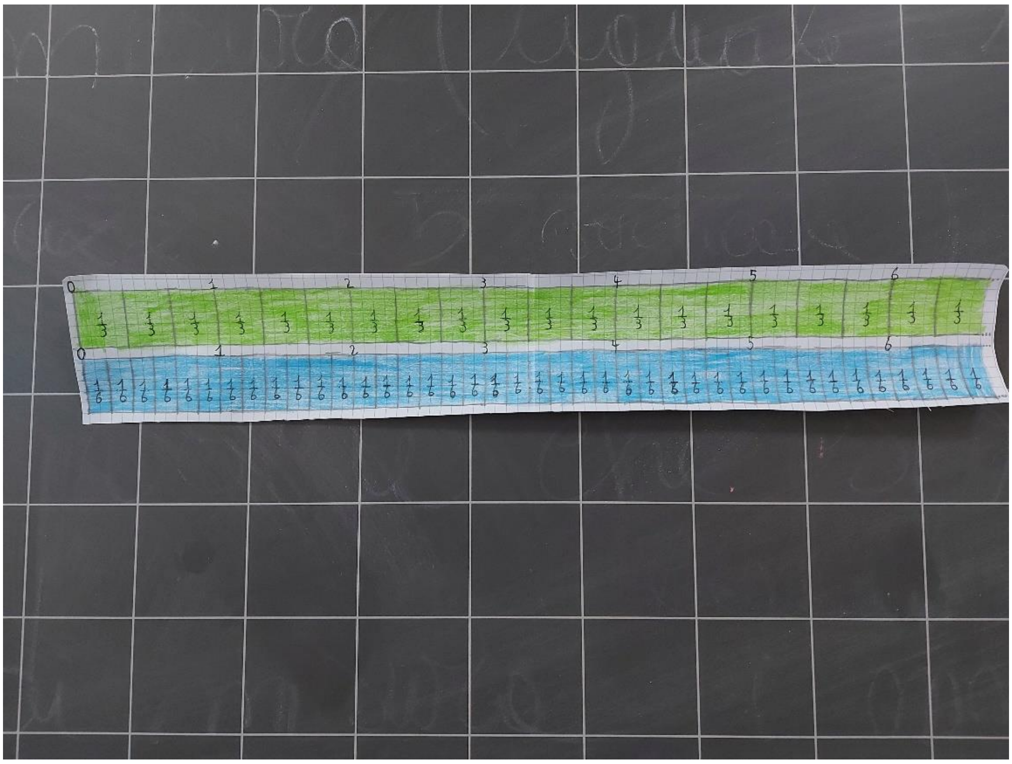


Figura 88 Le strisce relative ai terzi ed ai sesti sono attaccate alla lavagna una accanto all'altra e fatte partire dallo stesso punto.

Io: "Per chi ha realizzato la striscia dei mezzi, cosa avete osservato?"

P. “Che abbiamo diviso le strisce in due e quattro”

Io: “Ma avete notato qualcosa in particolare?”

S: “Io non so, però mi sono resa conto che un mezzo e un quarto, sarebbero delle frazioni equivalenti, perché se tu prendi due quarti e un mezzo formano la stessa quantità, quindi la metà di un intero”

Io: “Esatto. Se guardate, ha detto S., un mezzo è due volte un quarto. Quindi se io prendo due quarti, stanno proprio in corrispondenza di un mezzo”

S: “Maestra ma la stessa cosa anche coi terzi ed i sesti”

L: “I terzi sono stati divisi in più poche parti, i sesti, in più parti”

Io: “Per ottenere un terzo quanti sesti ti occorrono?”

L: “Sei!”

Io: “No, con sei sesti ottieni l’intero”

S: “Maestra due sesti!”

Io: “*Secondo voi, osservando tutte queste frazioni, cosa…”*

L: “Maestra sono tutte equivalenti”

Io: “Giusto, e più precisamente cosa possiamo dire?”

L: “Che rappresentano la stessa quantità”

Io: “Sì, sicuramente”

S: “Maestra il denominatore più è grande e più sarà piccola la quantità considerata”

A: “Maestra, noi ad esempio siamo arrivati fino al sedici là (indicando i fogli colorati frazionati appesi alle bustine trasparenti)

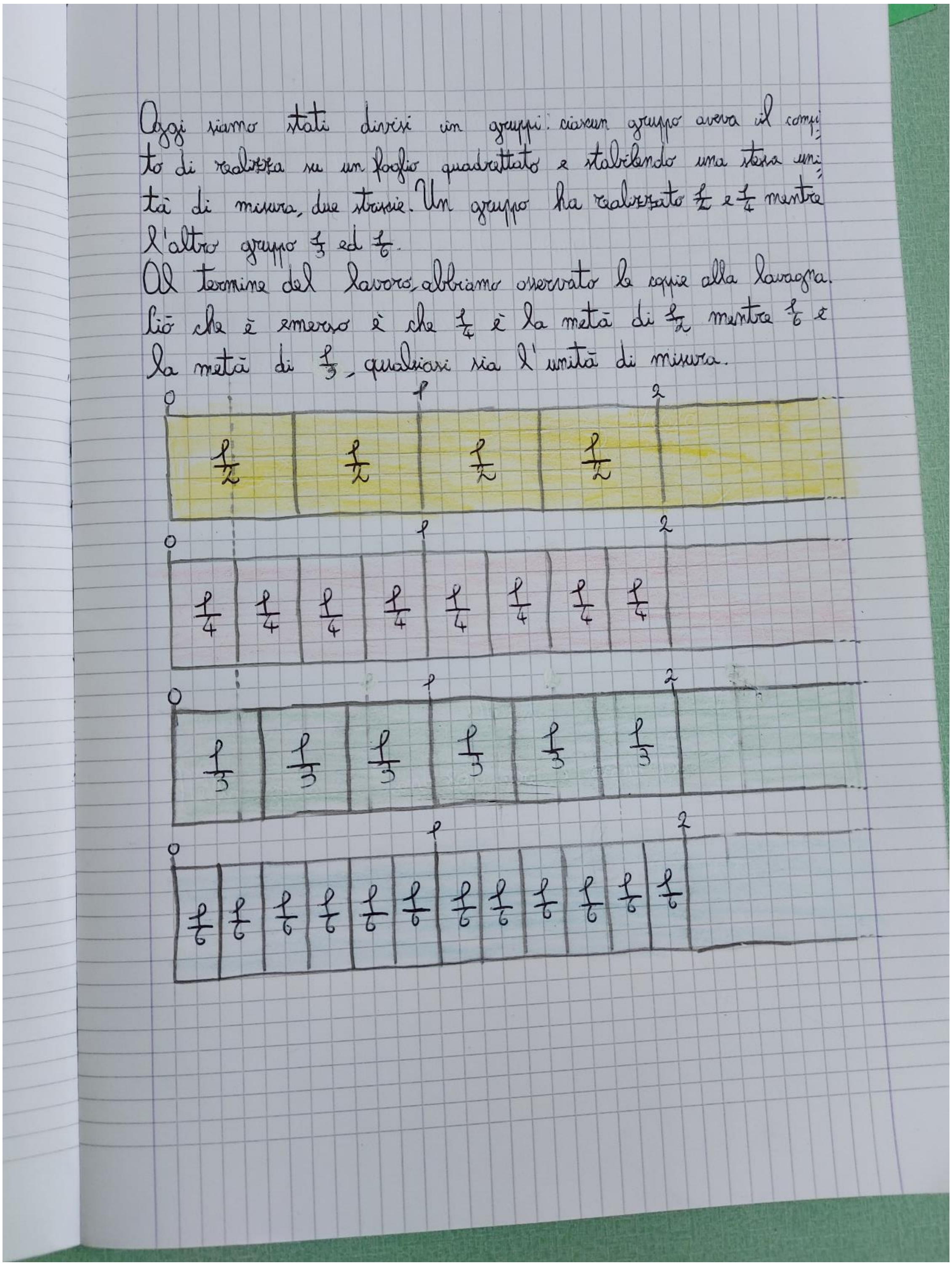

Oggi siamo stati divisi in gruppi: ciascun gruppo aveva il compito di realizzare su un foglio quadrettato e stabilendo una stessa unità di misura, due strisce. Un gruppo ha realizzato $\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{4}$ mentre l'altro gruppo $\frac{1}{3}$ ed $\frac{1}{6}$.
Al termine del lavoro, abbiamo osservato le copie alla lavagna. Ciò che è emerso è che $\frac{1}{4}$ è la metà di $\frac{1}{2}$ mentre $\frac{1}{6}$ è la metà di $\frac{1}{3}$, qualsiasi sia l'unità di misura.

Figura 89

25 Marzo 2022 CONFRONTO TRA FRAZIONI SU STRISCIA

Io: "Ieri abbiamo svolto un'attività per comprendere che un mezzo era il…"

G: "Era il doppio di un quarto"

P*: "Infatti, un mezzo sono sei quadrettini mentre un quarto tre"*

Io: "Infatti, la metà di sei è?"

P: “Tre”

Io: “Mentre un ottavo è la metà di...”

Tutti: “Un quarto!”

Io: “Un terzo, invece è…”

Tutti: “Il doppio di un sesto”

Io: “infatti un terzo sono quattro quadretti mentre un sesto sono due quadretti. Quindi secondo voi, la metà di un sesto quale sarebbe?”

S: “Un dodicesimo”

Io: “E quanti quadretti sarebbe?”

S: “Uno!”

Dopo un breve riepilogo, ho preso delle strisce realizzate la volta precedente e le ho rappresentate alla lavagna (vedi Figura 90)

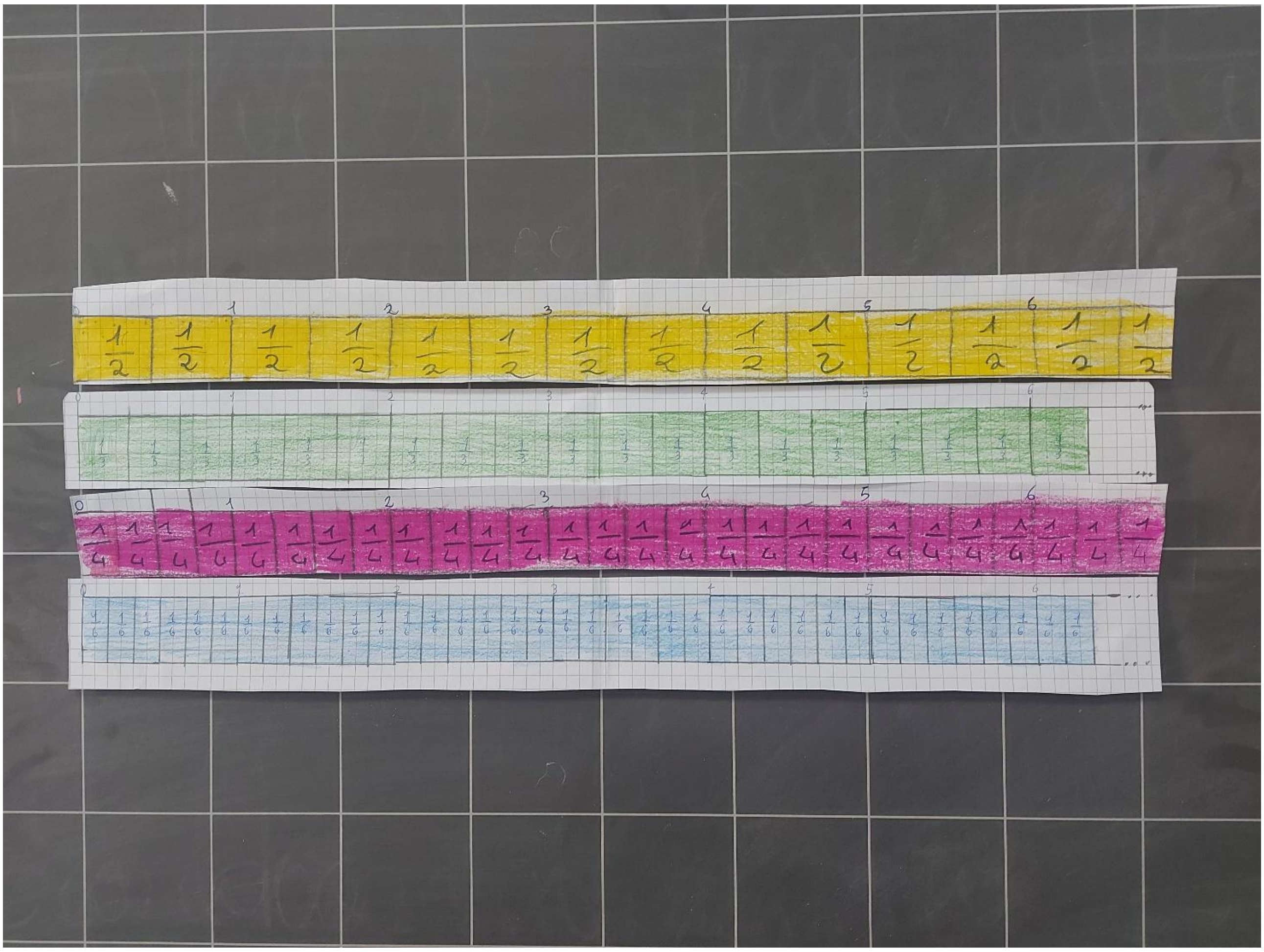


Figura 90

Io: “Bimbi noi sappiamo che maggiore è il denominatore, più piccola è la quantità. Quindi se dovessi mettere in ordine decrescente queste strisce, come farei?”

M: “Maestra un sesto, un quarto, un terzo, un mezzo”

Io: "Questo è l'ordine decrescente? Cioè dal più grande al più piccolo?"

S: " No, è un mezzo, un terzo, un quarto e un sesto"

Io: "Ragionando coi quadretti, un mezzo sono sei quadretti…Poi?"

L: "Un terzo, cioè quattro quadretti"

*Tutti: "Un quarto tre quadretti, e un sesto due (*vedi Figura 91)"

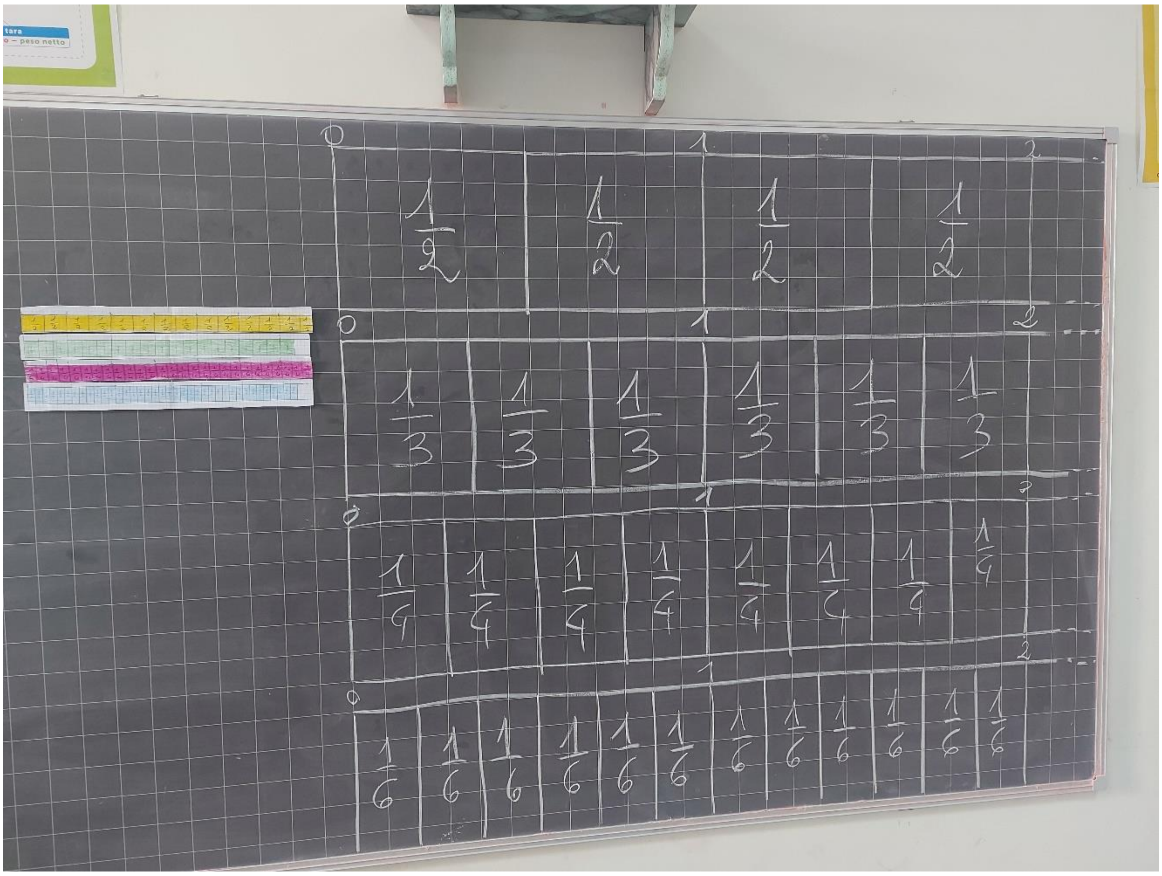


Figura 91

Abbiamo riportato le riflessioni dell'attività sul quaderno (Vedi Figura 92).

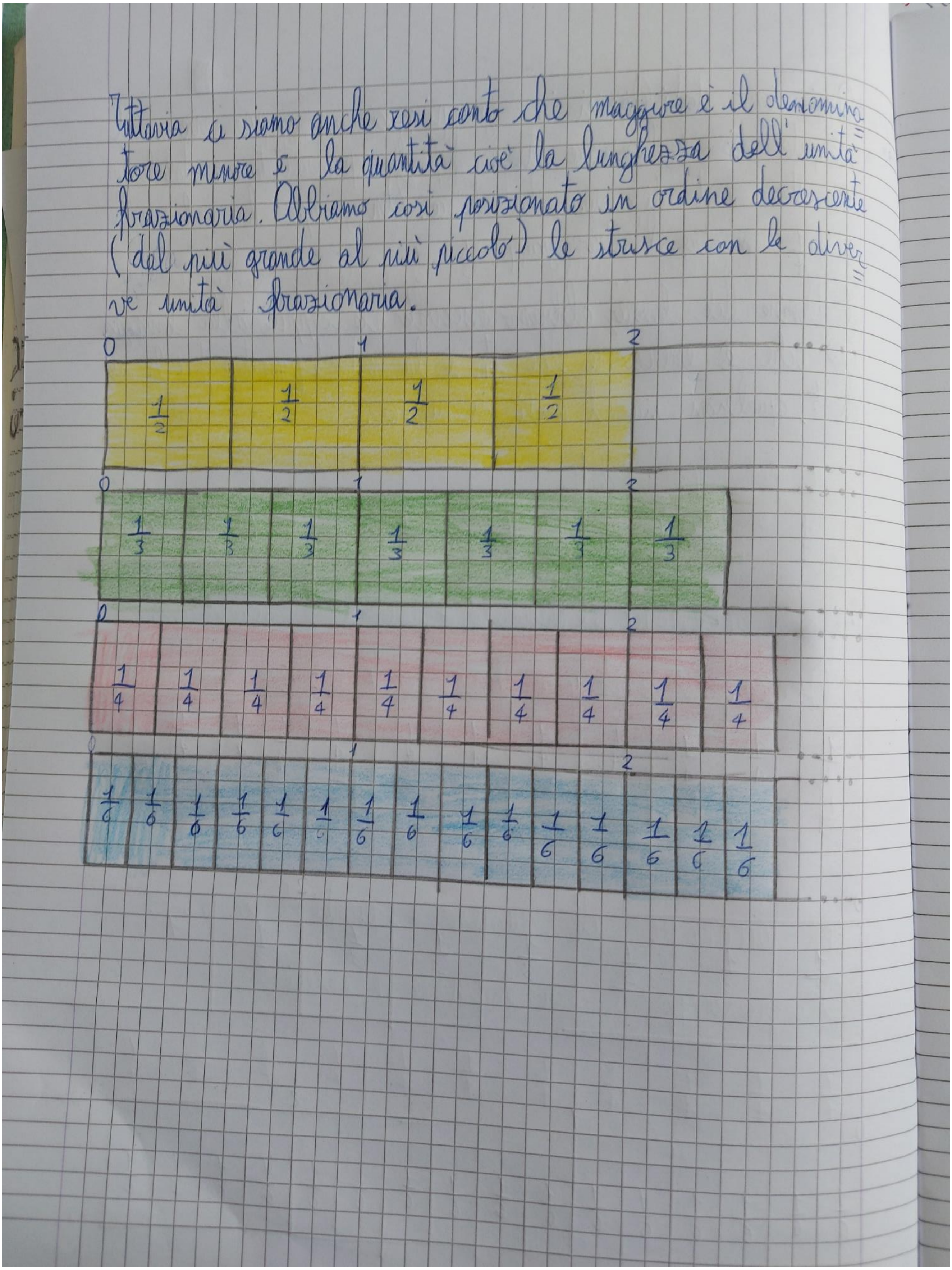

Tuttavia ci siamo anche resi conto che maggiore è il denomina=
tore minore è la quantità cioè la lunghezza dell'unità
frazionaria. Abbiamo così posizionato in ordine decrescente
(dal più grande al più piccolo) le strisce con le diver=
se unità frazionaria.
0
1
2
1/2
1/3
1/4
1/6

Figura 92

29 Marzo 2022 VERSO LA LINEA DEI NUMERI

In quest'attività, i bambini abbandoneranno il modello della tovaglietta definitivamente iniziando a rappresentare le frazioni come linee su una striscia e sarà più semplice il passaggio a punti di una retta.

Io: "Dobbiamo rappresentare su di una striscia, una tovaglietta e riprodurla nel foglio tutte le volte che ci entra. Dobbiamo rappresentare su questa striscia i mezzi, i terzi, i quarti e gli ottavi. Tutte le altre volte abbiamo rappresentato queste frazioni su strisce diverse, ora dobbiamo rappresentarle su una stessa striscia". Disegno la striscia alla lavagna.

Nel mentre provo a realizzare le frazioni su di una stessa striscia e a colorare le parti, sia le linee che i colori si sovrappongono.

D: "Maè non ci sto a capì niente!"

S: "Non si capisce nulla!"

V: "Cancella!"

Io: "Per rappresentarli tutti insieme come si può fare?"

V: "Non si può fare!"

Io: "Un modo ci sarà...proviamo a pensare"

P: "Maè lo devi fa 3D"

Io: "Come posso scrivere le frazioni se sono sovrapposte una sopra l'altra?"

S: "Maestra usi il diagramma di Venn"

Io: "Come faccio a colorare e distinguere le frazioni se i colori nella stessa striscia si sovrappongono?"

D: "Devi fare più strisce!"

Io: "E noi dobbiamo trovare il modo per rappresentarle in un'unica striscia"

L: "Potremmo provare ad allungare la linea"

A: "Puoi colorarne solo uno"

D: "Tipo i mezzi puoi scriverli sotto la striscia"

S: "Ahh maè puoi scrivere le frazioni in corrispondenza del punto in cui le tovagliette si incontrano!

Io: "Mi sembra un'ottima soluzione! Ora che ho risolto la questione di dove scrivere le frazioni, vorrei capire come colorare. Devo colorarlo tutto?"

A: "No, la linea!"

Io: "Benissimo, rappresentiamo un mezzo e due quarti... Ops, perché si scontrano?"

L: "perché è la metà?"

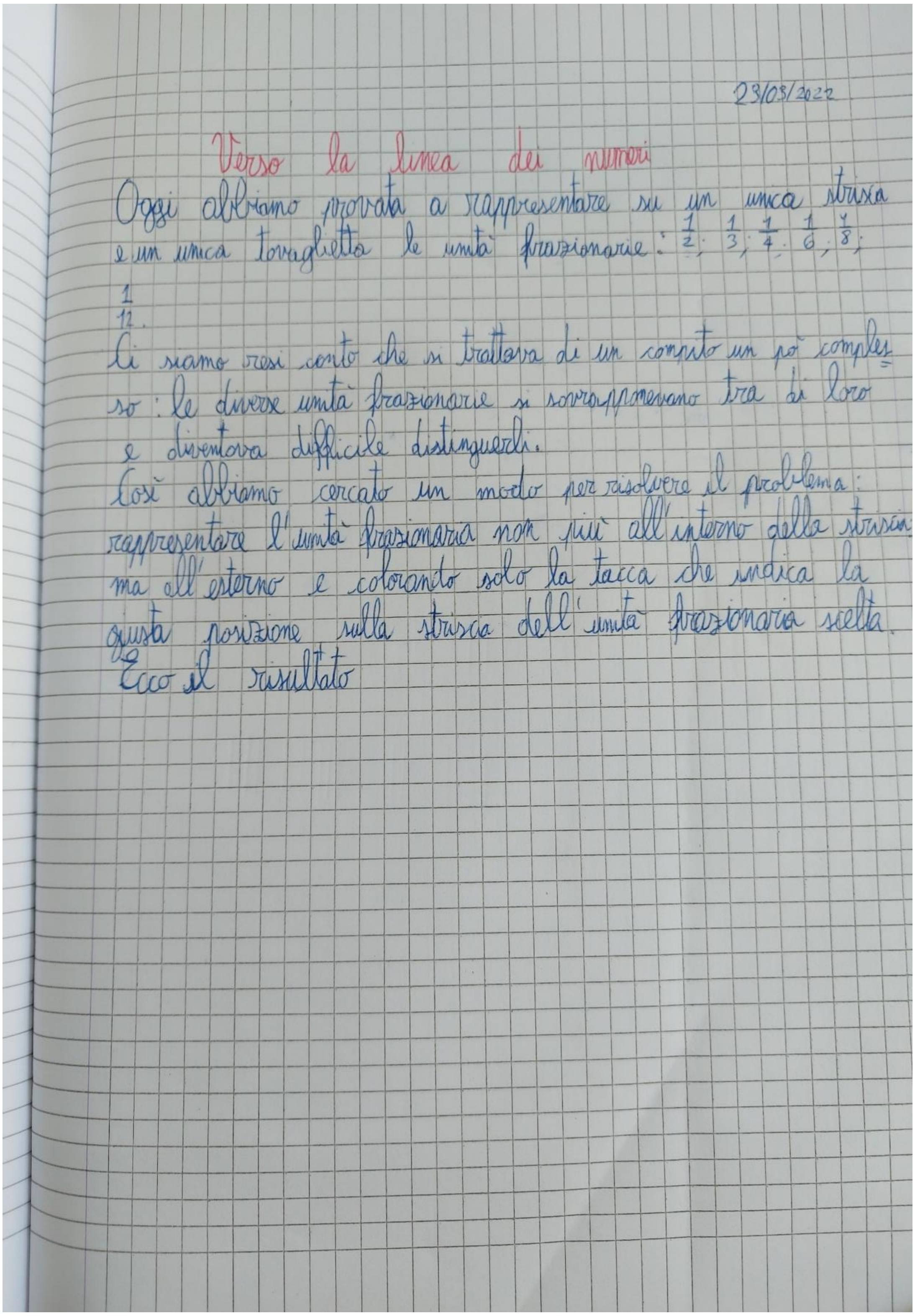
S: "Ahh è vero perché un mezzo è il doppio di un quarto!"

D: "Perché sono uguali?"

Io: "Scusate, un mezzo è il doppio di due quarti?"

S: "Un mezzo equivale a due quarti. Un mezzo è il doppio di un quarto"

Abbiamo riportato i ragionamenti sul quaderno, realizzando una striscia con le varie frazioni sfruttando le nuove strategie trovate (vedi Figura 93).



23/03/2022

Verso la linea dei numeri

Oggi abbiamo provato a rappresentare su un unica striscia e un unica tovaglietta le unità frazionarie: $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{12}$.

Ci siamo resi conto che si trattava di un compito un po' comples-so: le diverse unità frazionarie si sovrapponevano tra di loro e diventava difficile distinguerli.

Così abbiamo cercato un modo per risolvere il problema: rappresentare l'unità frazionaria non più all'interno della striscia ma all'esterno e colorando solo la tacca che indica la giusta posizione sulla striscia dell'unità frazionaria scelta.

Ecco il risultato

Figura 93

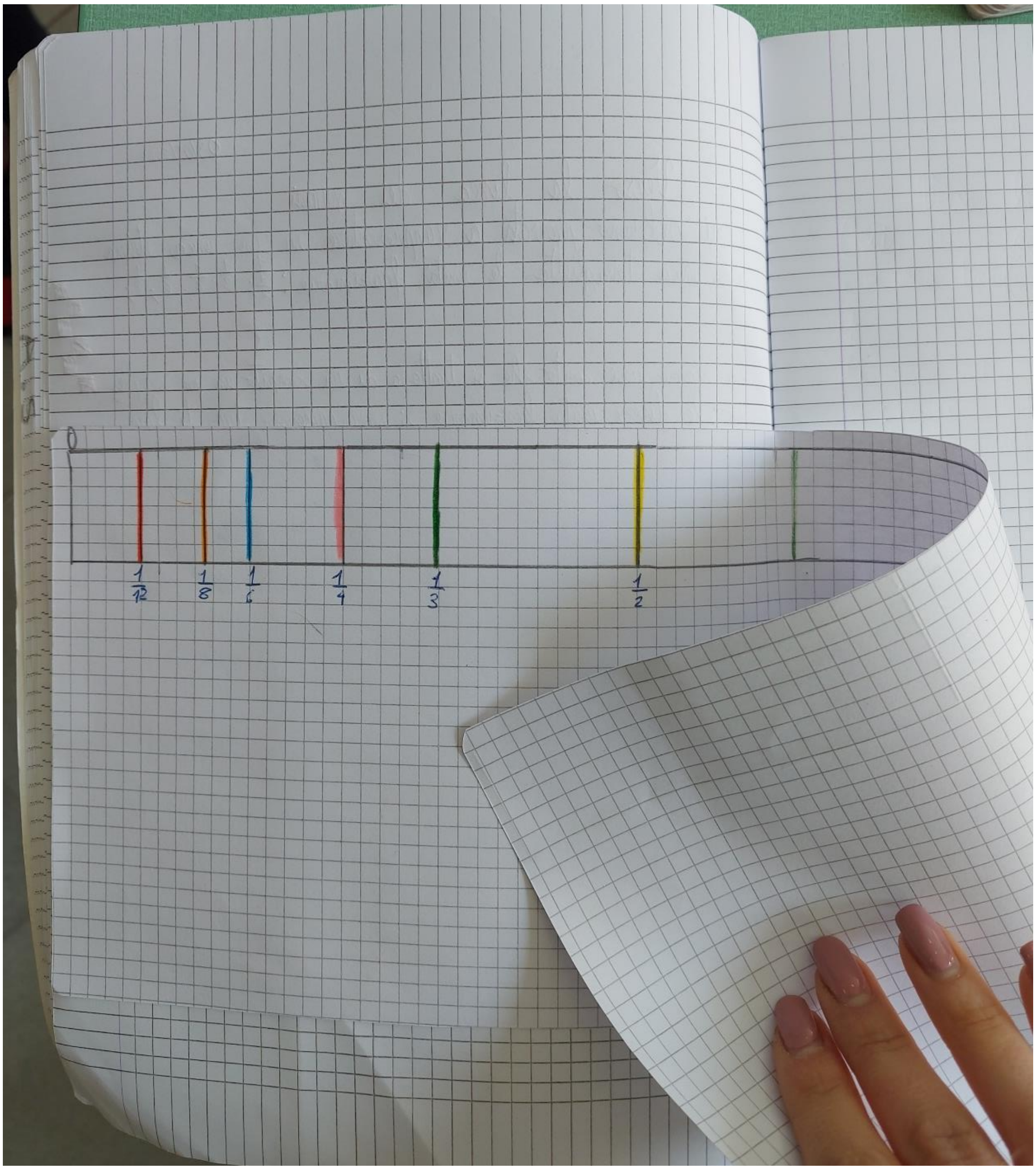


Figura 94

6 Aprile 2022 RAPPRESENTAZIONE FRAZIONI SULLA STRISCIA

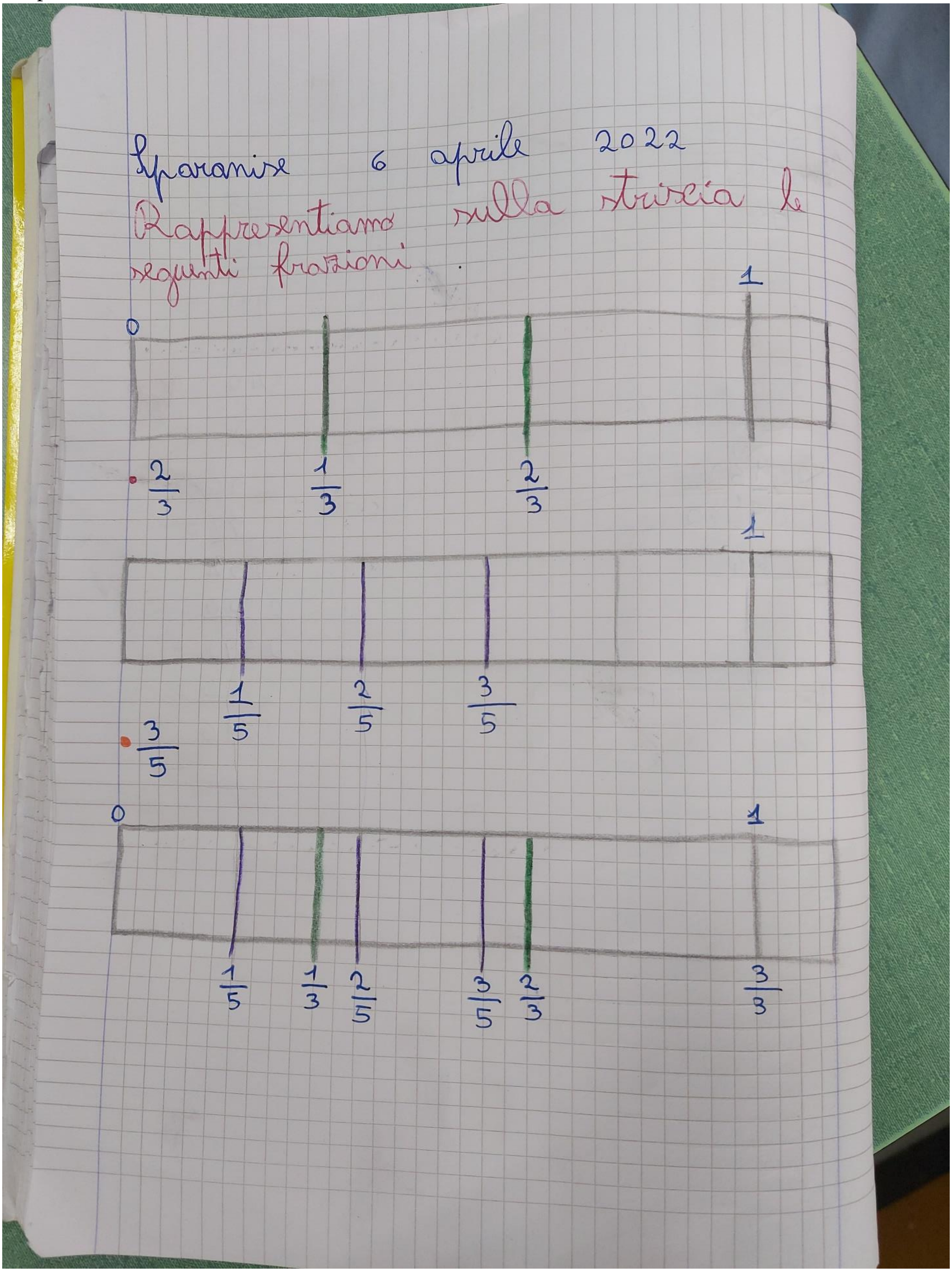


Figura 95

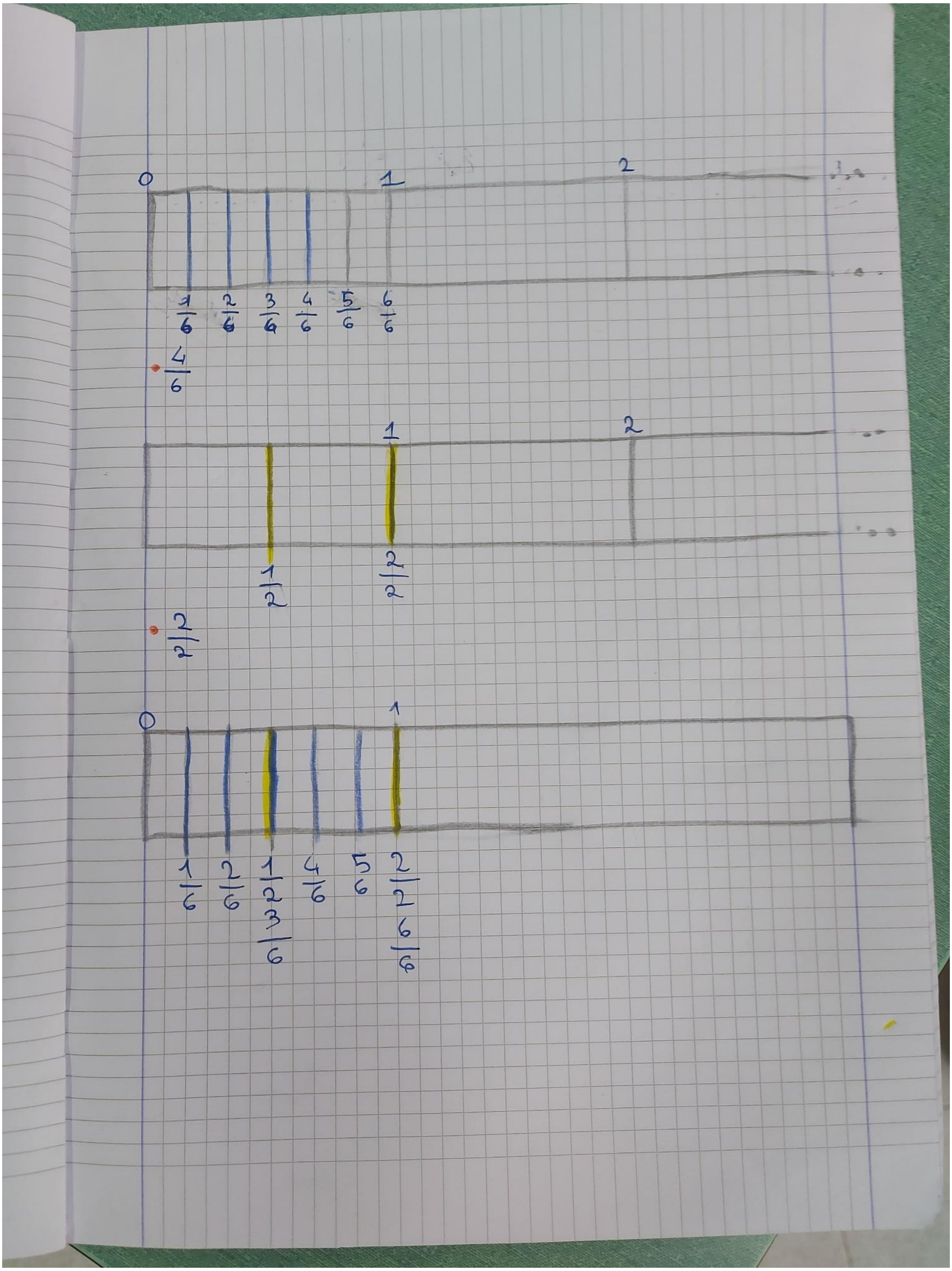


Figura 96

05 Marzo 2022

PROBLEMA Pane e Pensiero “L’uomo che sapeva contare”

Bibliografia di riferimento*: L'uomo che sapeva contare. Nuova ediz*. Libro di Júlio César de Melo e Sousa.

Ho proposto ai bambini una situazione di *problem solving* dove, a partire dalla lettura di una fiaba con contenuti matematici, dovevano riflettere sulle informazioni di cui disponevano per elaborare ipotesi valide per la risoluzione del problema: capire la logica che sottende un preciso ragionamento matematico.

Siamo partiti dalla lettura di alcune pagine del libro che si concludono con la domanda-problema:

…Tre giorni dopo stavamo avvicinandoci alle rovine di un piccolo villaggio chiamato Sippar, quando scorgemmo, steso al suolo, un povero viandante ricoperto di cenci che sembrava gravemente ferito. Era in condizioni pietose. Ci accingemmo a soccorrerlo ed egli ci raccontò la storia della sua sciagura.

Si chiamava Salem Nasair ed era uno dei più ricchi mercanti di Baghdad. Pochi giorni prima, di ritorno da Basra e diretto a el-Hilled, la sua carovana era stata attaccata e rapinata da una banda di nomadi persiani e quasi tutti i suoi compagni erano stati uccisi. Egli, il padrone, era riuscito miracolosamente a salvarsi nascondendosi nella sabbia tra i corpi inanimati dei suoi schiavi.

Quando ebbe terminato il racconto delle sue sventure, ci chiese con voce tremante:

«Non avete, per caso, qualcosa da mangiare?

Sto morendo di fame. »

«Ho tre pagnotte», risposi.

«Io ne ho cinque» disse Beremiz, l’Uomo Che Contava.

«Allora» fece lo Sceicco «vi scongiuro di dividere le vostre pagnotte con me. E vi propongo uno scambio ragionevole. Vi darò, per il pane, otto monete d’oro non appena giungerò a Baghdad».

Il giorno dopo, tardi nel pomeriggio, entrammo nella famosa città di Baghdad, Perla dell’Oriente.

Attraversando una piazza affollata e rumorosa, fummo bloccati dal passaggio di una sfarzosa comitiva alla cui testa cavalcava, su di un elegante sauro, il potente visir Ibrahim Maluf. Vedendo lo sceicco Salem Nasair in nostra compagnia, fece fermare il suo brillante seguito e lo interpellò: «Cosa ti è capitato, amico mio? Come mai arrivi qui a Baghdad così mal ridotto, in compagnia di questi due stranieri?»

Il povero Sceicco gli narrò nei dettagli quanto era accaduto in viaggio, lodandoci ampiamente.

«Ricompensa subito questi due stranieri» ordinò il Visir. Prese dalla borsa otto monete d'oro e le diede a Salem Nasair dicendo: «Ti porterò subito con me a palazzo poiché il Difensore dei Fedeli vorrà di sicuro essere informato di questo nuovo affronto dei banditi beduini, che osano attaccare i nostri amici e saccheggiare una carovana sul territorio del Califfo».

A questo punto Salem Nasair ci disse: «Prendo congedo da voi, amici miei. Desidero però ringraziarvi ancora una volta per il vostro aiuto e, come avevo promesso, compensarvi per la vostra generosità».

E, rivolgendosi all'Uomo Che Contava: «Ecco cinque monete d'oro per i tuoi cinque pani». Poi a me: «E tre a te, mio amico di Baghdad, per le tue tre pagnotte».

Con mia grande sorpresa Beremiz, l'Uomo Che Contava, sollevò rispettosamente un'obiezione.

Perdonami Sceicco! Ma questa suddivisione, che pure sembra semplice, non è matematicamente giusta. Dal momento che ho dato cinque pagnotte, devo ricevere sette monete. Il mio amico che ha ceduto tre pagnotte, deve riceverne soltanto una».

«Per il nome di Maometto!» esclamò il Visir vivamente interessato. «Come può questo straniero giustificare una pretesa così assurda?»

Durante la lettura del problema, mi sono aiutata con delle marionette per catturare l'attenzione dei bambini e coinvolgerli maggiormente nella storia al fine di comprenderla. Tali marionette rappresentavano i tre protagonisti della narrazione ovvero Beremiz, lo Sceicco e l'amico di Bagdad, ma anche le monete ed i pani che disponevo e muovevo sulla scena in base alla lettura (vedi Figura 97).

Figura 97

Su richiesta dei bambini, prima di procedere con il lavoro di riflessione, è stato opportuno leggerlo una seconda volta.

I bambini sono stati divisi in quattro gruppi: ciascun gruppo aveva a disposizione una copia del brano del problema e fogli bianchi in cui appuntarsi le varie ipotesi (Vedi Figura 98). Tutti potevano accedere al banco in cui erano presenti le marionette, le monete ed i pani per simulare la scena ed aiutarsi nella risoluzione.

La consegna ai bambini: *Provate a comprendere la correttezza della divisione delle monete proposta da Beremiz (7-1) e illustrate, nel modo che preferite, quale è stato, secondo voi, il suo ragionamento.*

Figura 98

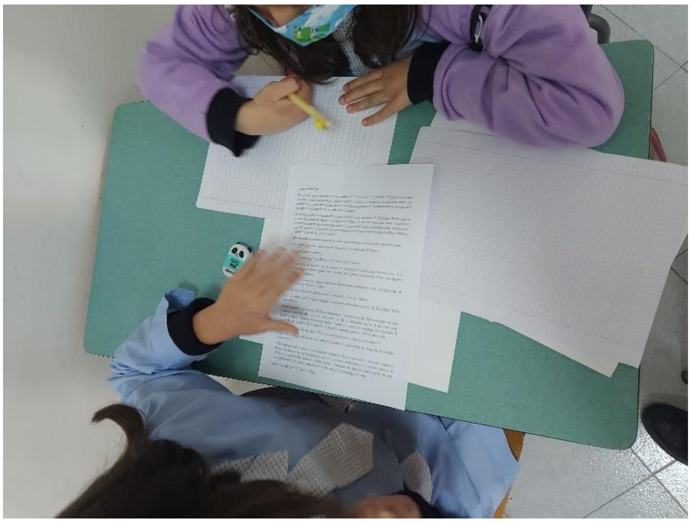


Figura 99

Figura 100

Figura 101

Riflessioni gruppo 1:

J: “Secondo me Beremiz aveva le pagnotte più buone. Mentre secondo altri due del mio gruppo le pagnotte di Beremiz costavano di più”

Io: “E quanto costavano di più?”

J: “Potevano costare 1,40 €”

Io: “Qui abbiamo monete che hanno tutte lo stesso valore”

M: “Secondo me le sette pagnotte costavano 0,10€, poi c’era una che era stata già fatta che era la più buona, la specialità della casa che costava 0,20€ “

Io: “La moneta però è sempre la stessa, quindi ha usato la stessa moneta per 0,10€ e 0,20€?”

P: “No ne ha usate due!”

M: “Allora boh”

Riflessioni gruppo 2:

A: “Maestra ascolta la nostra ipotesi, sembra molto ragionevole. Praticamente il matematico aveva cinque pagnotte e l’altro ne aveva tre, erano otto i giorni e il matematico ha sfamato più giorni…più due giorni dell’altro…aspetta ti faccio vedere (vedi Figura 102)”

Io: “Quindi ha preso queste tre pagnotte, una ne mangia un giorno, un’altra un altro giorno e il terzo l’ultima…”

A: "Esatto, il matematico ne fa sempre tre qua (Inserisce i segnetti rossi nel quadrato dove sono presenti già i pani dall'altro amico) e due giorni in più..."

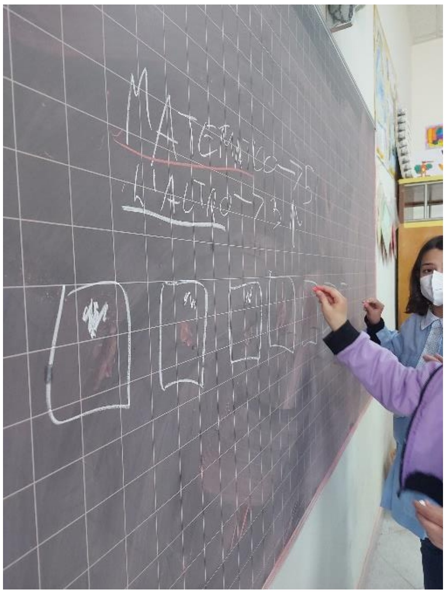


Figura 102 A. rappresenta alla lavagna l'ipotesi del suo gruppo. Realizza otto rettangoli, quanti sono i giorni che servono per arrivare al villaggio. In bianco, segna all'interno del rettangolo le tre pagnotte che l'amico di Bagdad ha, con il rosso le cinque pagnotte che ha Beremitz.

Io: "Ma poi queste pagnotte chi se le mangia non ho capito, e soprattutto rimangono due giorni senza cibo?"

A: "E si arrangiano"
Io: "Ma il brano cosa dice?"

S: "Che se ne mangiano una ogni giorno"

Io: "Come si spiega che lui vuole sette monete e all'altro amico vuole darne solo una?"

A: "Dunque maestra se ragioniamo cinque pagnotte che dà, più due giorni in più che ha sfamato, diventano… cinque più due sette per questo vuole sette monete!"

A: "Maestra ma l'ultimo giorno…cioè un giorno può essere che questo sceicco arriva di pomeriggio quindi di giorno aveva già mangiato? Il brano dice che nel pomeriggio incontrano questo sceicco."

Io: "Mangiano del pane anche quando si incontrano, lui aveva già fame!"

G: "Maestra un'altra ipotesi era sulla qualità. Cioè secondo me ogni pagnotta costa 1,20€, quindi quella moneta vale questo, le altre pagnotte valgono meno".

Riflessioni gruppo 3:

T: "Diciamo che le tre pagnotte equivalgono ad un gettone, invece le altre cinque pagnotte equivalgono a sette. Però ci siamo chiesti…perché queste tre pagnotte no, perché non equivalgono?"

S: "Cioè perché se sono la stessa qualità, la stessa quantità ha chiesto più monete? Avrebbe dovuto chiederne due e mezze di monete. Però ecco la nostra ipotesi…" S. realizza il disegno esplicativo alla lavagna (vedi Figura 103)

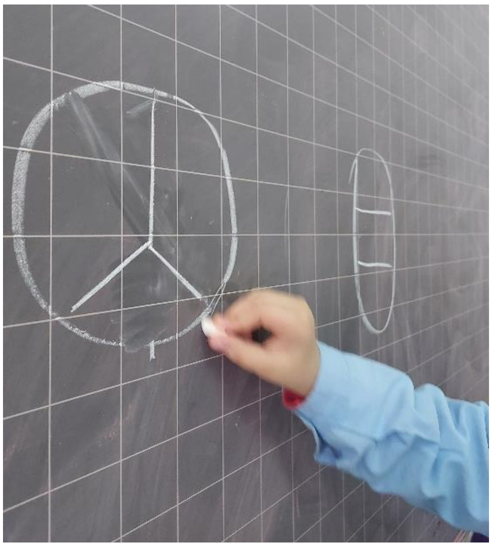


Figura 103 S. disegna le pagnotte dei due amici e le fraziona in tre parti uguali.

S: "Queste sono le pagnotte dell'amico di Bagdad e queste di Beremiz. La differenza non stava nella qualità o quantità ma è che era state divise in modo diverso. Tipo questa divisa in tre parti. Però queste parti tonde erano più grandi rispetto a quelle più lunghe e quindi ha preteso più soldi perché i pezzi erano più grandi i suoi"

Io: "Il pezzo che ciascuno riceve deve essere uguale sennò litigano"

S: "Ah okay, quindi sono equiestesi?"

Io: "Sì, in un certo senso si"

S: "Okay, quindi tu prendevi questo pane, lo dividevi, e la fetta che ti davano tu la potevi dividere in pranzo, cena e colazione. Quindi la tua pagnotta potevi dividertela per i diversi pasti"

Io: "Quindi perché voleva sette monete lui?"

T: "Perché lui aveva sfamato di più?"
Io: "Cioè?"

S: "Cioè lui aveva dato più pagnotte. Perché se queste due, per dirti, sono quelle date dall'amico di Bagdad, cioè tre, le altre cinque, dividendole sempre in tre parti tu ne hai di più".

Io: "Quindi ognuno di loro quanto pane doveva ricevere?"

S: "Una fetta di pane, ma abbastanza abbondante per poterla dividere durante il giorno"

Io: "Quindi fanno un pezzo di tre pezzi? Non ho capito"

S: "La pagnotta la dividi a metà…no in tre parti. Tu prendi la metà che danno a te, il pezzo, cioè un terzo"

Io: "Quindi in totale, per tutti gli otto giorni, quanti pezzi di pane ricevono?"

S: "tre per otto, tre pezzettini al giorno"

Io: "Ne ricevono uno al giorno hai detto"

S: "Si, ma ogni pezzo lo dividono il tre per colazione, pranzo e cena"

Io: "Vabbe, uno gliela dà, poi come la vuole mangiare la mangia alla fine non ci interessa"

T: "Giusto"

Io: "Quindi un pezzo di tre pezzi ciascuno riceve al giorno, sono otto giorni, quindi ognuno di loro quanto riceverà?"

S: "Quindi si deve fare un terzo, più un terzo per otto giorni, quindi otto terzi"

Io: "Perché Beremiz aveva chiesto sette monete per lui?"

S: "Perché lui sfama di più…"

Io: "Quanto di più?"

S: "Cinque terzi"

Io: "E perché chiede sette monete proprio?"

S: "Perché proprio sette non lo so…"

Io: "Deve esserci un motivo"

A: "Si, altrimenti non sarebbe un matematico"

S: "Allora perché lui ne ha sette terzi tipo, non lo so"

Riflessioni gruppo 4:

L: "Per le tre pagnotte che ha dato l'amico di Beremiz lo sceicco gli aveva dato tre monete, mentre Beremiz aveva cinque pagnotte a disposizione e quindi lo sceicco gli aveva dato cinque monete. Perché ogni pagnotta costava una moneta e abbiamo pensato che le monete, cioè le pagnotte o erano… cioè Beremiz era una specie di scriba, un matematico e le sue pagnotte erano più di alta qualità"

Io: "Quindi perché vuole farsi pagare proprio sette monete?"

L: "Perché in otto giorni si divisero le pagnotte mentre lui prendeva le monete necessarie per pagare i due stranieri. Però nel giorno l'amico di Beremiz aveva meno pagnotte e quindi aveva da sfamare meno volte…"

Io: "Sfama meno volte, ma perché proprio questo numero di monete vuole sette e all'altro una?"

L: "Ognuno di loro riceve una pagnotta al giorno"

Io: "Se ad ognuno diamo una pagnotta al giorno, il pane si finisce molto prima degli otto giorni"

L: "Allora la soluzione è…"

Dopo la condivisione di gruppo delle ipotesi, siamo passati alla lettura della seconda parte del racconto in cui era esplicitata la soluzione. Tutti i bambini si sono avvicinati alla cattedra (vedi Figura 104). Mentre leggevo, precedevo con la rappresentazione usando le immagini e le marionette (vedi Figura 105).

Figura 104 Bambini riuniti alla cattedra per scoprire il continuo della narrazione e, dunque, la soluzione.

Figura 105 Le immagini delle pagnotte sono state tagliate in tre parti. Ognuno deve ricevere otto terzi di pagnotta, un terzo al giorno. Lo sceicco riceverà un terzo di pagnotta dai pani dell'amico di Bagdad, mentre sette terzi di pagnotta dai pani di Beremiz. Quindi c'è corrispondenza tra le monete ed i pezzi di pane.

L'Uomo Che Contava si avvicinò al ministro e gli disse: «Permettimi di mostrare, o Visir, che la mia proposta è matematicamente corretta. Durante il viaggio, quando avemmo fame, presi una pagnotta e la divisi in tre parti. Ciascuno di noi ne mangiò una. I miei cinque pani, quindi, ci procurarono quindici pezzi, non è vero? Le tre pagnotte del mio amico aggiunsero nove pezzi, per un totale di ventiquattro parti.

Delle mie quindici ne consumai otto, così che in realtà ne ho cedute sette. Dei suoi nove pezzi anche il mio amico ne mangiò otto e così il suo contributo è stato di uno soltanto. I sette pezzi miei e l'unico del mio amico fanno gli otto che sono andati allo sceicco Salem Nasair. Pertanto è giusto che io riceva sette monete e il mio amico soltanto una».

Il Gran Visir, dopo aver altamente lodato l'Uomo Che Contava, ordinò che gli fossero date sette monete d'oro e a me una

La dimostrazione matematica era logica, perfetta, irrefutabile. Ma, per quanto corretta, la suddivisione non piacque a Beremiz che rivolto al sorpreso ministro così proseguì: «Questa divisione, sette per me e una per il mio amico è, come ho provato, matematicamente perfetta; ma non è perfetta agli occhi dell'Onnipotente».

E, raccogliendo nuovamente le monete, le divise in due parti uguali, quattro a me e quattro a se stesso.

«Un uomo veramente straordinario!» esclamò il Visir, «Non ha accettato la divisione delle otto monete in cinque e tre. Ha dimostrato che a lui ne spettano sette e al suo

compagno solo una. Ma poi divide le monete in due parti uguali e ne dà una all'amico». E aggiunse con entusiasmo: «Per l'Onnipotente! Questo giovane, oltre a essere bravo e veloce in matematica, è un amico buono e generoso. Voglio che diventi oggi stesso mio segretario».

«Gran Visir» disse l'Uomo Che Contava, «mi accorgo che avete espresso, in trenta parole e 125 lettere, la più alta lode che io abbia

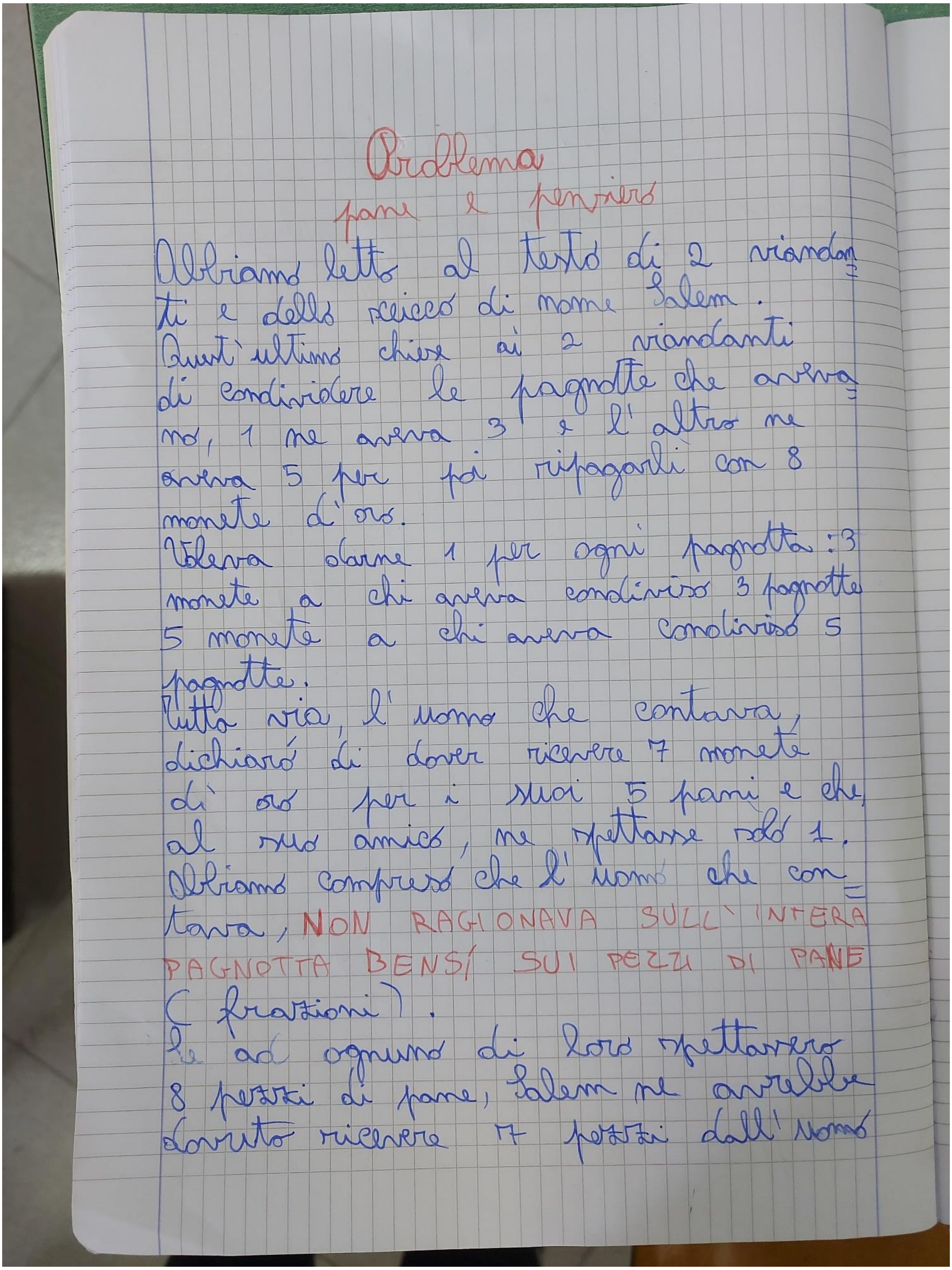
mai udito. Voglia Allah benedirvi e proteggervi per tutta l'eternità!»

L'abilità del mio amico Beremiz gli consentiva di tenere dietro alle parole e alle lettere pronunciate…Tutti noi ci meravigliammo di fronte a tale dimostrazione di genialità.

"Tutto sto casino per poi dividerseli in parti uguali" M.

"So che ho fame ma non mi mangerò di sicuro il pane!" A.

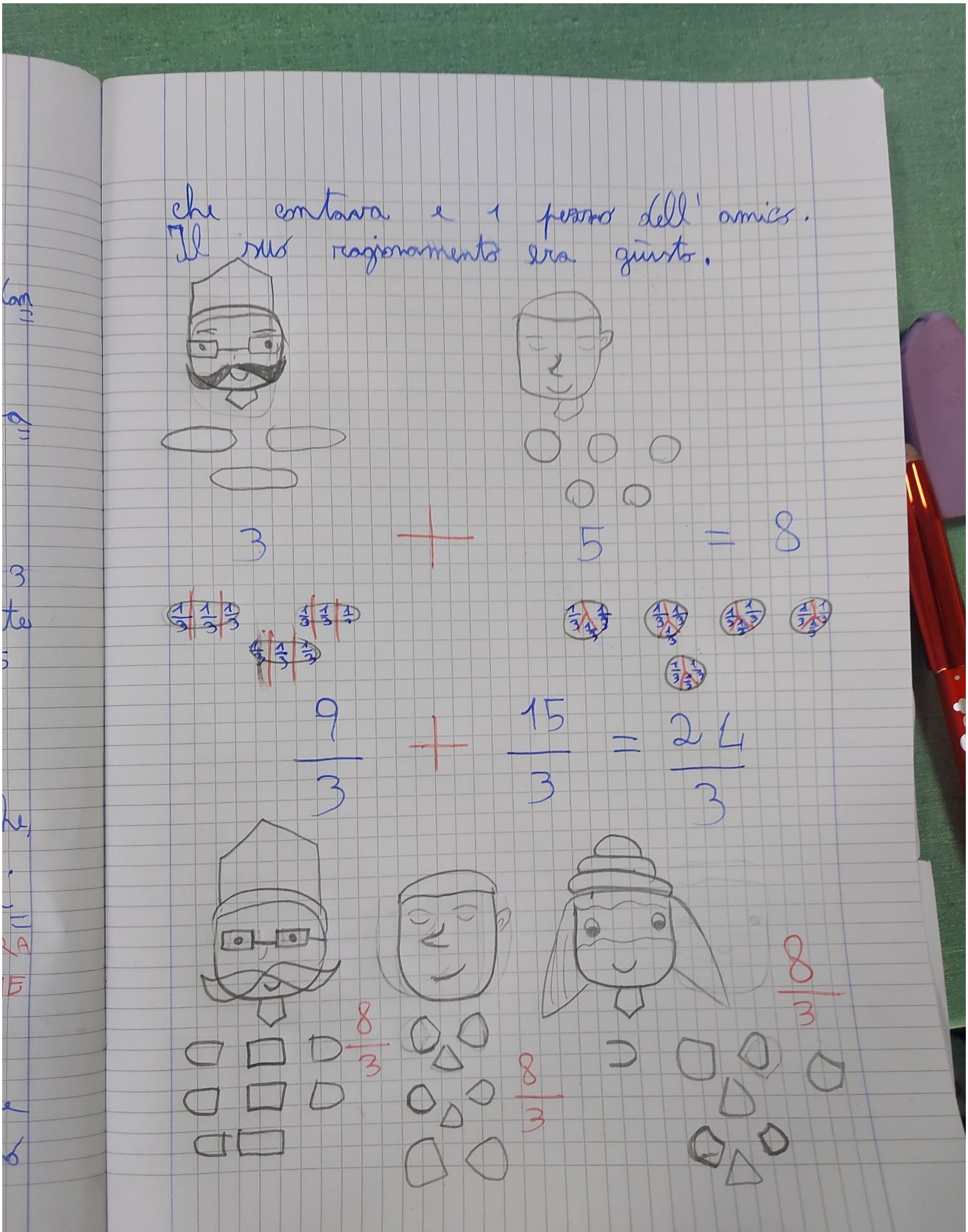
Ad attività conclusa, abbiamo lasciato traccia del lavoro svolto sul quaderno (Vedi Figura 106, 107).



Problema
pane e pensiero

Abbiamo letto il testo di 2 viandan=
ti e dello sceicco di nome Salem.
Quest'ultimo chiese ai 2 viandanti
di condividere le pagnotte che aveva=
no, 1 ne aveva 3 e l'altro ne
aveva 5 per poi ripagarli con 8
monete d'oro.
Voleva darne 1 per ogni pagnotta: 3
monete a chi aveva condiviso 3 pagnotte
5 monete a chi aveva condiviso 5
pagnotte.
Tutta via, l'uomo che contava,
dichiarò di dover ricevere 7 monete
di oro per i suoi 5 pani e che,
al suo amico, ne spettasse solo 1.
Abbiamo compreso che l'uomo che con=
tava, NON RAGIONAVA SULL'INTERA
PAGNOTTA BENSÍ SUI PEZZI DI PANE
(frazioni).
Se ad ognuno di loro spettavero
8 pezzi di pane, Salem ne avrebbe
dovuto ricevere 7 pezzi dall'uomo

Figura 106


che contava e 1 pezzo dell' amico.
Il suo ragionamento era giusto.
3 + 5 = 8
9/3 + 15/3 = 24/3
8/3
8/3
8/3

Figura

ISTOGRAMMI E AREOGRAMMI

FOGLIO DI CALCOLO EXCEL

I bambini hanno realizzato tabelle e grafici (visti come strumenti per la raccolta di dati), relativi ad un'indagine sulla propria classe: scoprire, tra i colori proposti, quali erano quelli maggiormente graditi.
Abbiamo dapprima realizzato una tabella: in una colonna abbiamo inserito il nome dei colori scelti per l'indagine, in un'altra colonna il numero di bambini che votavano per quel colore. Infatti, per alzata di mano, sceglievano il loro colore preferito e sommando le mani alzate, abbiamo riportato il dato in tabella (vedi Figura 108).

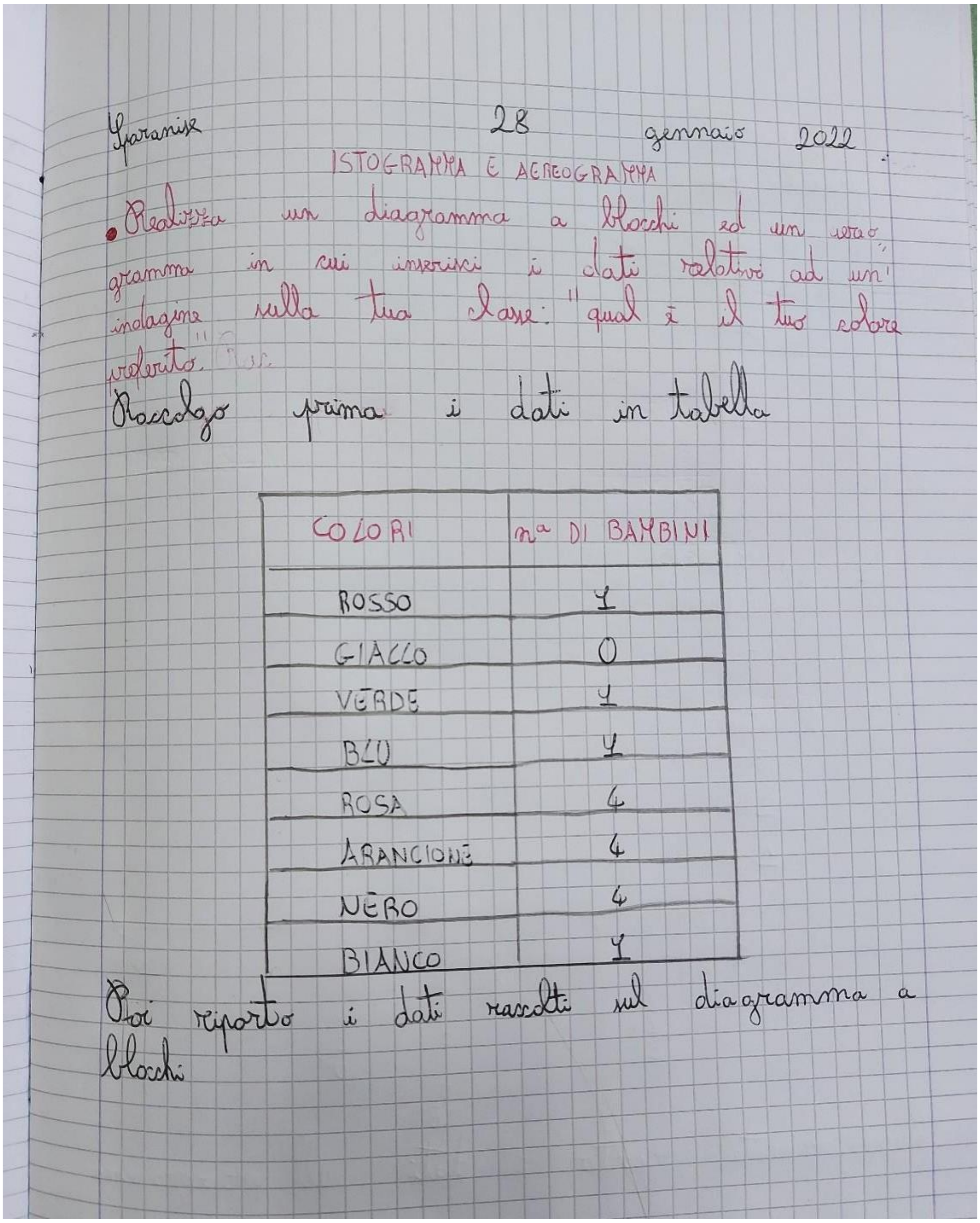


Figura 108

Una volta riportati i dati in tabella, ci siamo interessati a rappresentare le informazioni raccolte su un diagramma a blocchi. Già in altre occasioni hanno avuto modo di realizzare un istogramma su indagini di classe relative al cibo preferito, al mese con maggior compleanni, dunque già possedevano conoscenze relative al grafico da dover realizzare. Sull’asse delle ascisse abbiamo inserito i colori, sull’asse delle ordinate il numero di bambini che hanno votato per quel colore (vedi Figura 109).

Figura 109

Una volta realizzato il grafico, oralmente, abbiamo risposto a delle domande: “Come facciamo a capire qual è il colore preferito dalla maggior parte di voi?”, “Che cosa significa che due colonne hanno la stessa altezza?”, “Quali sono i colori meno preferiti?”, “Quali sono i colori che nessuno ha votato?”.

Successivamente abbiamo introdotto un nuovo grafico che già avevano visto in altri contesti: geografia (percentuale di pianura, montagna e collina presente nel territorio italiano) e in scienze (percentuale di azoto, ossigeno, ed altri gas presenti nell’aria).

Abbiamo realizzato un cerchio con il goniometro (rappresentante l’intero, ovvero la classe), e l’abbiamo diviso in 16 spicchi uguali (l’abbiamo “frazionato”), ognuno rappresentante il voto di un bambino (in totale 16 quel giorno). Per dividere il cerchio in 16 spicchi uguali abbiamo segnato un puntino su 0°, 90°, 180°, 360°. Poi li abbiamo congiunti. Ogni sezione l’abbiamo ulteriormente divisa a metà segnando i punti e poi congiungendoli fino ad arrivare a 16 spicchi. Abbiamo realizzato una legenda con i colori che avremmo utilizzato. Dopodiché, in ordine, siamo partiti a colorare gli spicchi (vedi Figura 110).

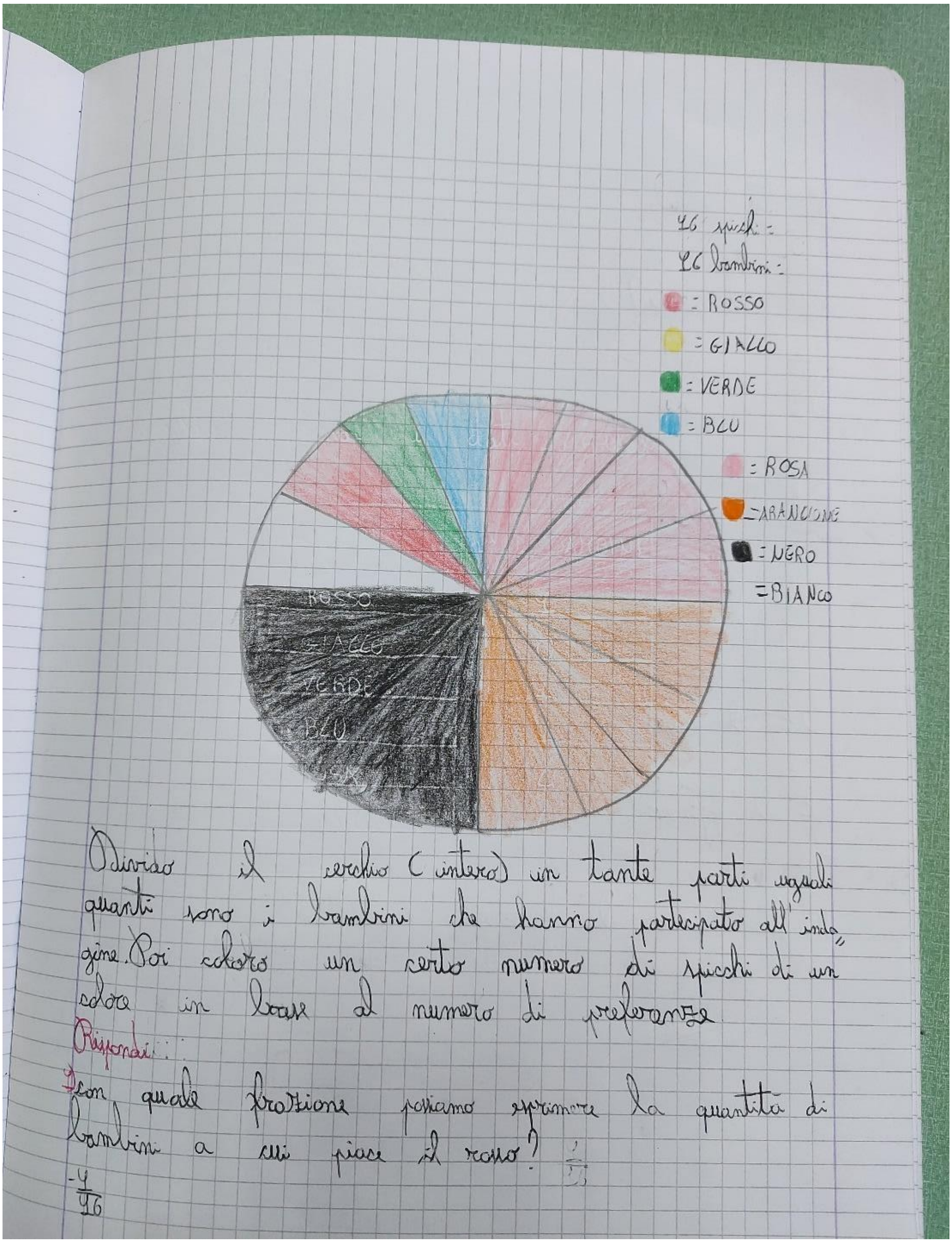

26 spicchi =
26 bambini =
= ROSSO
= GIALLO
= VERDE
= BLU
= ROSA
= ARANCIONE
= NERO
= BIANCO
ROSSO
GIALLO
VERDE
BLU
Divido il cerchio (intero) in tante parti uguali quanti sono i bambini che hanno partecipato all'indagine. Poi coloro un certo numero di spicchi di un colore in base al numero di preferenze
Rispondi:
Con quale frazione possiamo esprimere la quantità di bambini a cui piace il rosso?
2/26

Figura 110

Una volta realizzato il grafico, oralmente, abbiamo risposto a delle domande: “Come facciamo a capire qual è il colore preferito dalla maggior parte di voi?”, “Che cosa significa che due spicchi hanno la stessa ampiezza?”, “Quali sono i colori meno preferiti?”, “Quali sono i colori che nessuno ha votato?”. Una bambina ha evidenziato che se nel primo grafico il colore giallo non votato da nessuno era presente, qui non compariva.

Era ormai chiaro a tutti che il grafico appena realizzato ricordava lo schema a torta utilizzato per le frazioni (la stessa applet del Colorado). Hanno così risposto a delle domande relative a come esprimere la quantità degli spicchi colorati in frazioni (Figura 111).

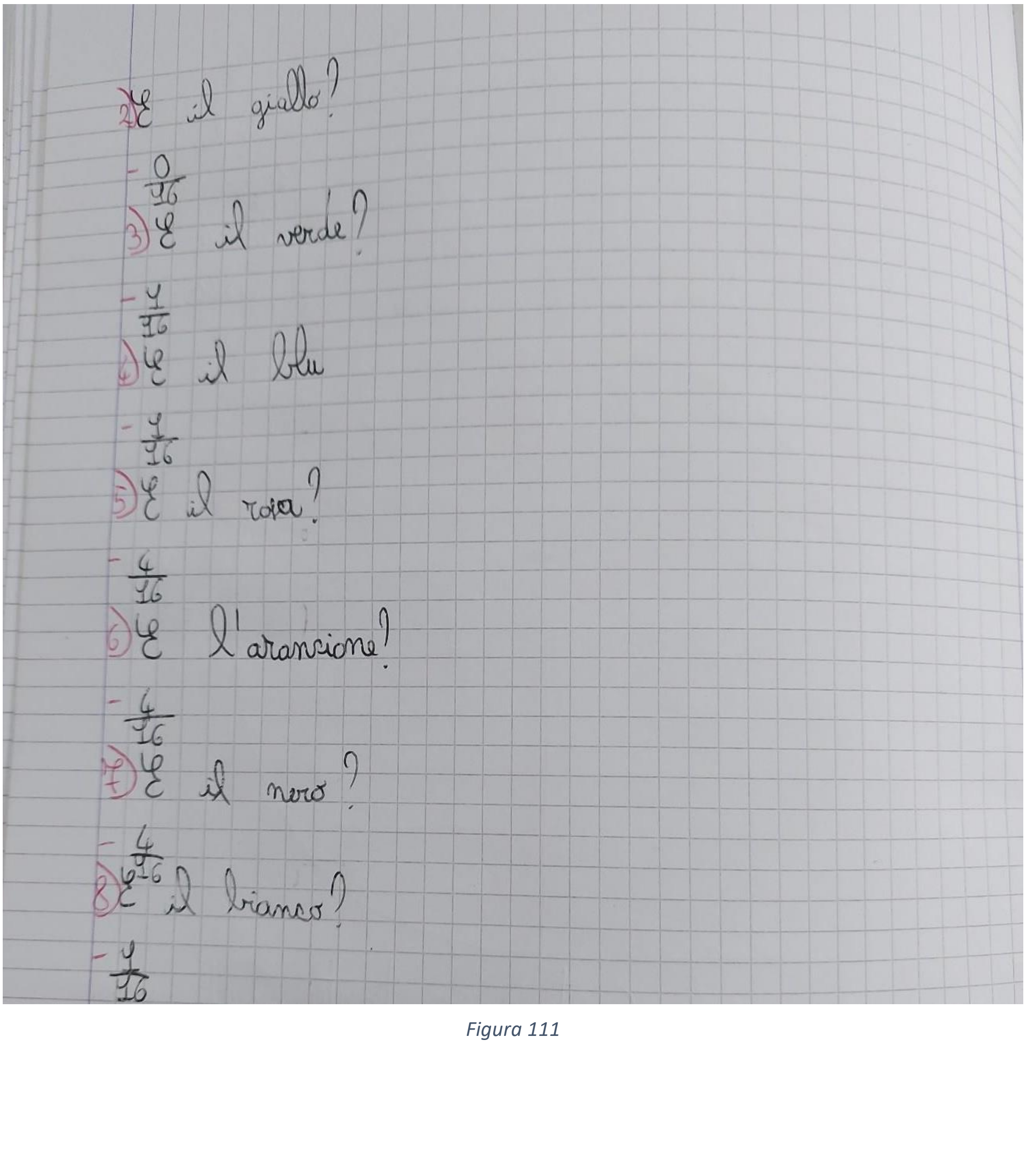


Figura 111

Siamo, poi, passati in sala informatica dove i bambini, per la prima volta, hanno esplorato il foglio di calcolo Excel. Ho dapprima fatto un preambolo sulle funzioni di base del foglio (tra cui che ogni casella ha delle coordinate come avevamo già visto per la latitudine e longitudine, come per la battaglia navale, come per pixel art). Sotto la mia guida, ciascun bambino nella propria postazione, ha seguito le istruzioni per riportare i dati raccolti sul quaderno sul foglio: Casella A1 bisogna scrivere “colori” ecc. Infine, passo passo, abbiamo realizzato i due grafici: istogramma e areogramma.

Alcuni bambini hanno avuto difficoltà nel comprendere che bisognava sempre evidenziare le caselle per poter realizzare il grafico perché, altrimenti, compariva sul foglio un rettangolo bianco cioè vuoto (vedi Figura 112, 113, 114).

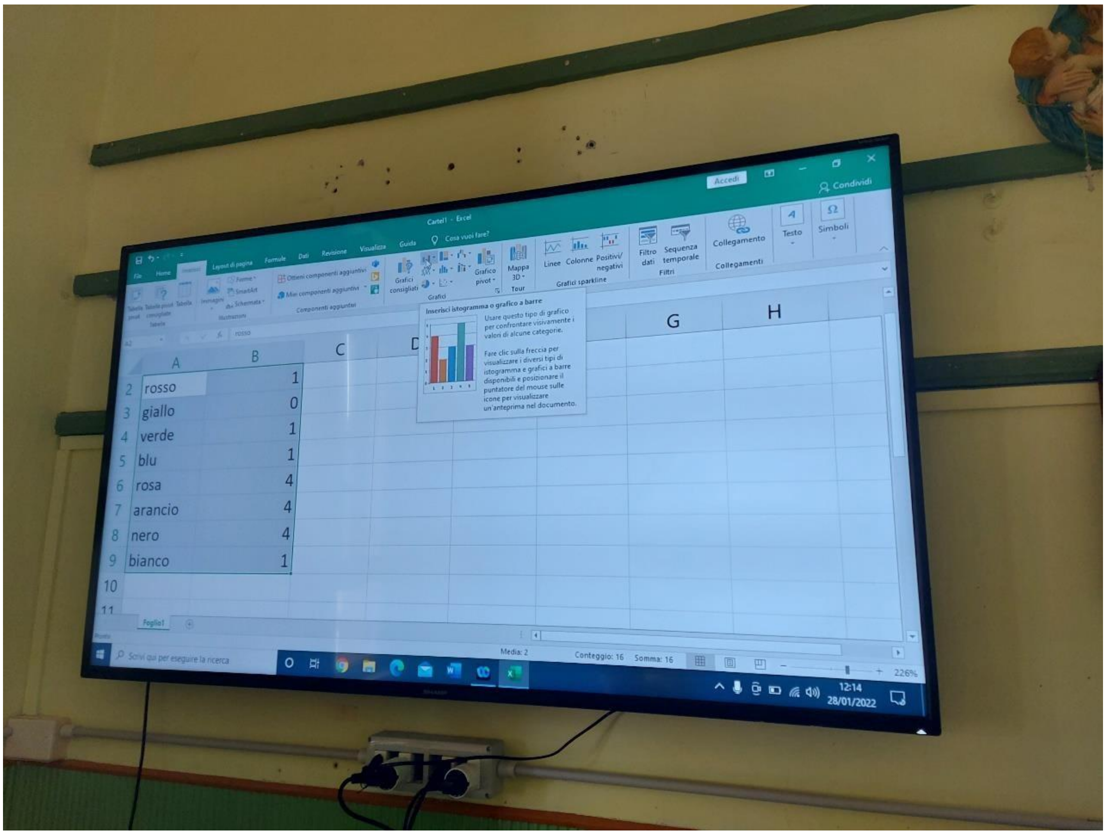


Figura 112

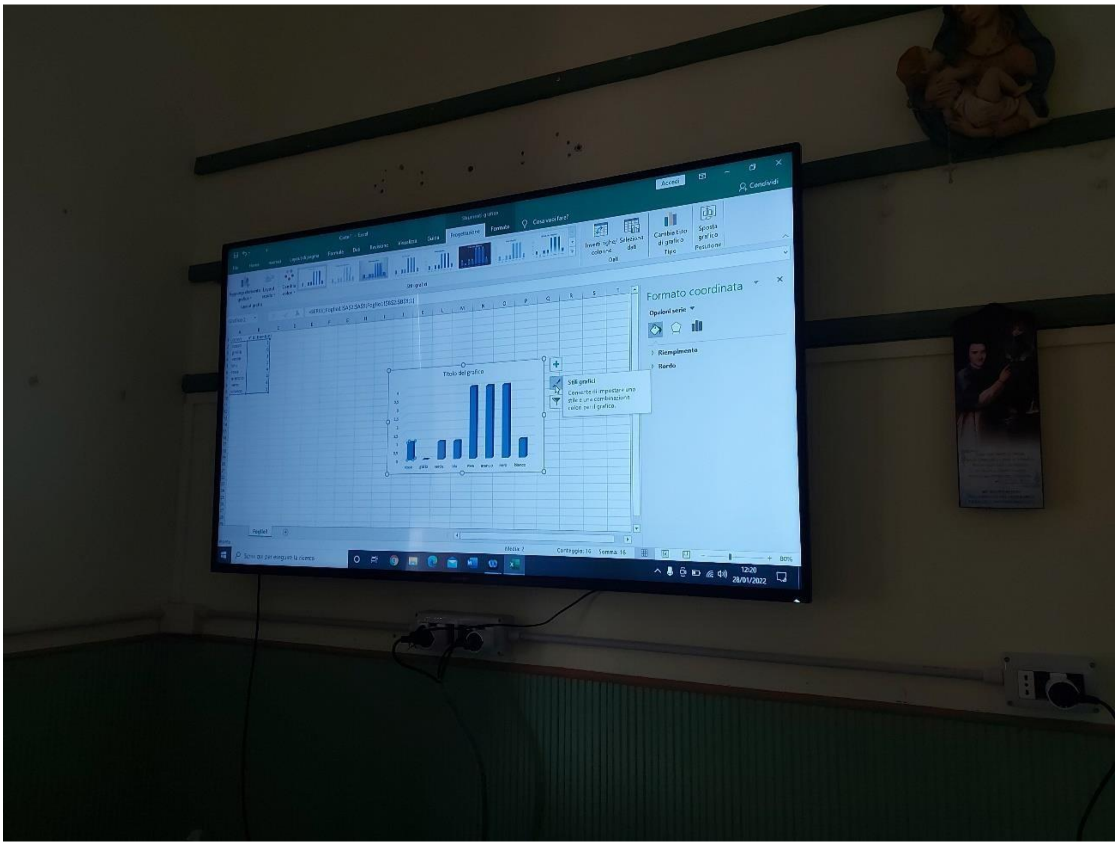


Figura 113

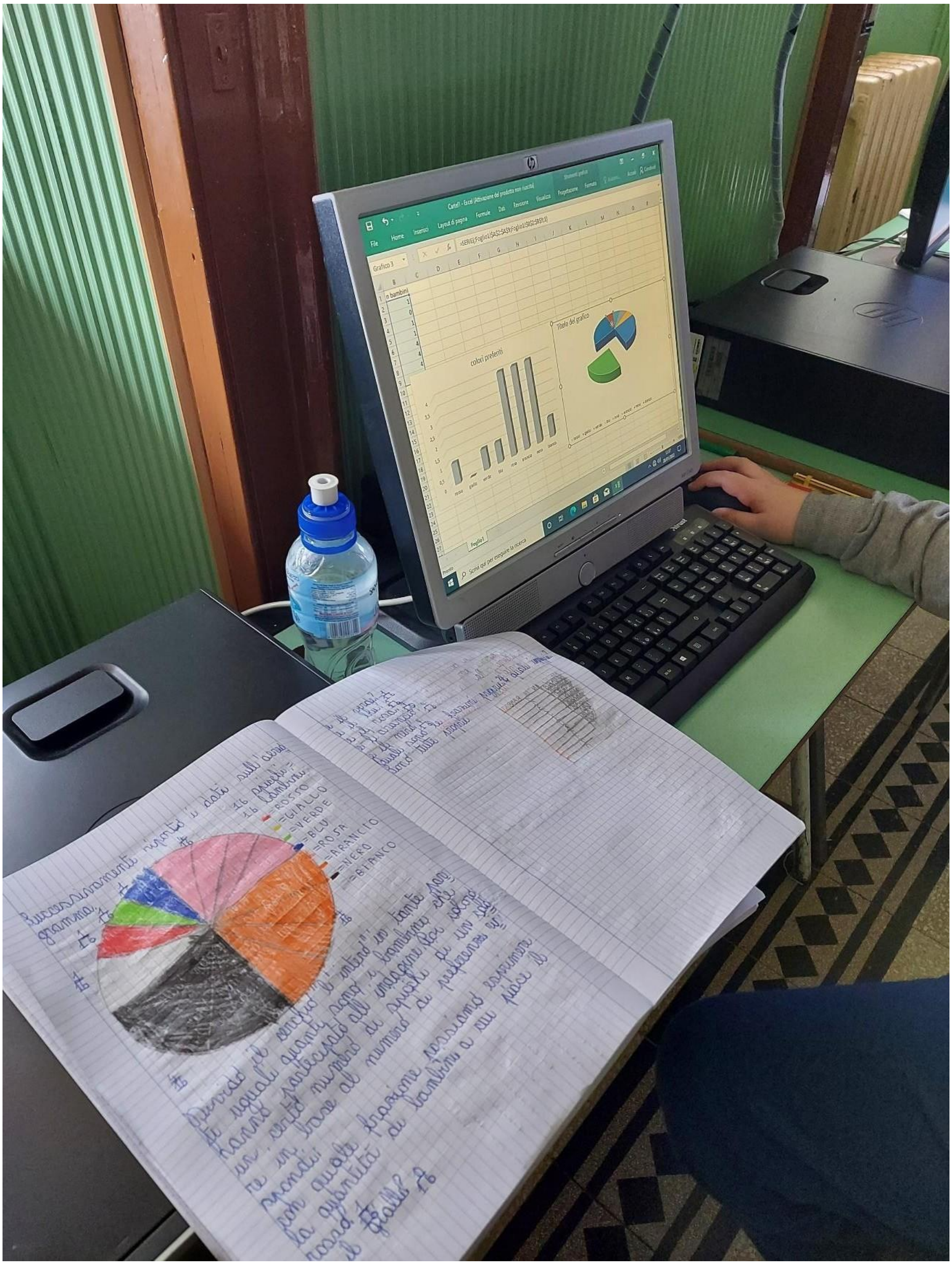


Figura 11