

FRAZIONI CONCRETE: UN LAVORO PRATICO SUL PENSIERO PROPORZIONALE

In seguito all'ultimo incontro di formazione, grazie al quale ho deciso di cogliere al balzo la proposta di Angela Cappa, sulle esperienze didattiche relative alle frazioni ed al pensiero proporzionale nei bambini, ho voluto proporre ai miei alunni della classe Prima e Terza primaria alcune piccole attività.

La scuola in questione è il plesso G. D'Annunzio dell'I.C. Baracca – Vittorio Emanuele di Napoli, classi Prima A e Terza A.

In classe Prima

Ammetto di aver presentato l'idea in Prima in modo assolutamente casuale e non premeditato: durante il momento del pasto, ricordandomi un intervento visto durante il corso (quello della mela divisa in varie parti), ho mostrato ai bambini la banana, ancora da sbucciare, che avevo sulla cattedra e ho detto: "Bimbi, come faccio a dividerla a metà?".

Gli alunni, che prima di tutto mi hanno suggerito di sbuciarla, sono arrivati pian piano alla soluzione:

-Devi tagliarla in due!

-Sì, in due parti.

"Va bene se la taglio qui?" ho chiesto, indicando come posizione di taglio quella più vicina alla parte finale della banana, realizzando così due parti di diversa grandezza.

-No maestra! Non va bene in quel modo.

"E perché no?"

-Perché così non è metà!

"Ah, scusate, allora taglio qui" ho detto, indicando una nuova posizione che, ancora una volta, non era al centro.

-Ma no! Non va bene neanche così!

Finalmente qualcuno riesce ad esprimersi correttamente:

*-Devi tagliare **al centro!***

"Ah, ecco. Allora taglio al centro. E perché al centro va bene?"

-Perché così è metà.

"Sì, ma cosa cambia rispetto al taglio che volevo fare inizialmente?"

-Che prima c'era un pezzo piccolo e un pezzo grande.

"E non andava bene?"

*-No, perché **non sono uguali!***

"Ho capito. Quindi per fare due metà, i pezzi devono essere uguali?"

-E certo!



Figura 1- la banana divisa in due metà uguali

Siccome i bambini si mostravano particolarmente incuriositi, ho approfittato di quel momento ed ho detto: “Adesso, se volessi tagliare di nuovo la banana a metà, come potrei fare?”.

I bambini inizialmente non avevano capito, e mi hanno risposto che avrei dovuto tagliarla al centro come prima, dunque ho mostrato loro le due metà e ho chiesto: “Quanti pezzi di banana vedete ora?”

-Due.

“Più piccoli o più grandi della banana intera?”

-Più piccoli!

“Posso dividere questi due pezzi ancora a metà?”

-Certo, li devi tagliare di nuovo in due parti!

“Sempre al centro?”

-Sì!



Figura 2- la banana tagliata in 4 parti

“Quante metà abbiamo adesso?” ho chiesto.

-Sono quattro, maestra!

“E sono quattro parti uguali?”

-Sì, perché le hai tagliate a metà.

Decido di tentare una domanda un po' difficile, poiché i miei alunni stanno affrontando da poco le sottrazioni, dunque non hanno mai avuto a che fare con esperienze di divisione:

“Se volessi ottenere otto pezzi, come potrei fare?”

-Maestra, devi tagliare ancora a metà!

-Sì, perché $4+4$ fa otto!

“E cosa ne sai che dobbiamo fare $4+4$?”

-Perché se li tagli ancora a metà abbiamo altri quattro pezzi!



Figura 3-la banana tagliata in 8 pezzi (rondelle)

Questa risposta mi ha stupito moltissimo, ma ancor di più mi ha stupito questa affermazione:

-Maestra, ho capito! **Stiamo dividendo!**

“Bravissimo! Cosa significa *dividere*?”

-Che **separiamo i pezzettini**.

Allora tento quest'altra domanda: “Posso distribuire un pezzettino ad ognuno di voi? C'è qualcuno che rimane senza?”. I bambini in classe erano 7 ed io ero convintissima che quell'unico pezzettino che rimaneva, avrebbe creato un senso di spaesamento. Invece i bambini sono stati più bravi di me:

-Sì maestra, perché siamo in 8!

“Contate bene, sicuri che siamo otto?”

-Sì, noi siamo sette e con te siamo otto!

Non avevo considerato me stessa come parte del gruppo!

“Bravissimi” ho detto “così ognuno di noi mangia un pezzettino”. “Però, facciamo finta che la maestra sia allergica alla banana e non può proprio mangiarla!”

-Ma non è vero che sei allergica!

“Lo so, ma facciamo questo gioco: fate finta che la maestra non possa mangiarla. Come facciamo con questo pezzettino? Posso dividerlo ancora a metà?”

-Maestra, devi ancora tagliarlo al centro!

-Come una torta!

Taglio la rondella al centro e chiedo nuovamente se posso crearne quattro parti, al che gli alunni mi suggeriscono di tagliarla ancora a metà, ridacchiando perché questa attività, proposta come un gioco durante il pranzo, sembra piacere molto e non affatica troppo.



Figura 4- la banana tagliata in 7 rondelle + 4 pezzettini

Chiedo se è possibile ricavare nuovamente otto parti ed i bambini mi dicono, senza ombra di dubbio, che devo ancora tagliare quei pezzettini a metà.

-Maestra ma sono piccolissimi!

-Sono minuscoli!

“Posso distribuirli ad ognuno di voi?”

-Sì perché sono otto.

“Ma questi otto pezzettini sono uguali ai pezzi che ho messo sulla sinistra (Figura 4)?”

-No maestra, sono più piccoli!



Figura 5- la banana tagliata in 7 rondelle + 8 pezzettini

Col senno di poi, mi rendo conto che avrei potuto chiedere **quanto fossero più piccoli** i nuovi pezzettini rispetto alle fette sulla sinistra. Seguendo un filo logico, avrei dovuto far comprendere che le sette rondelle sulla sinistra sono le sette parti di una banana intera che è stata tagliata in otto parti e cioè prima a metà, poi di nuovo a metà e poi ancora a metà ($\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$), mentre invece la rondella divisa nuovamente in otto parti, è $\frac{1}{8} : 8 = \frac{1}{64}$ di tutta la banana intera.

In questo modo, i bambini avrebbero compreso che, sebbene le fettine piccole fossero anch'esse otto, queste si erano formate non dividendo la banana in 8 parti, ma dividendo in 8 parti ogni ottavo di banana (ogni rondella).

Ciò significa che la banana è stata divisa in ben 64 micro pezzettini!

Chiedo nuovamente ai bambini se posso distribuire i micro pezzettini ad ognuno di loro e mi rispondono di sì.

Decido di lasciare sempre l'ottava parte dei micro pezzetti dicendo che io non la voglio, per verificare se gli alunni mi dicono che posso nuovamente dividerla. A questo punto essi si mostrano divertiti ma anche allibiti, poiché hanno compreso che dividere un micro pezzettino significherebbe creare delle fette praticamente invisibili. La divido solo in due e poi in quattro, perché il tempo scorre e non voglio far perdere loro tutta la pausa pranzo.



Figura 6- la banana divisa in 7 rondelle + 8 micro pezzettini + 4 fettine minuscole

Tuttavia, quando mi fanno notare che sto rovinando una povera banana, rispondo che la mangerò ugualmente e, cogliendo quella domanda come un'opportunità per stimolare le loro menti, chiedo:

“Alla fine di queste divisioni, quante banane mangerò? Una intera? Una a metà?”

-*Una banana tutta divisa.*

-*Una più piccola.*

Li lascio discutere, ma poi qualcuno dice:

-*Ma no, è sempre la stessa banana, è sempre una!*

Considerazioni

Sono dell'idea che ogni attività proposta ai bambini non possa mai essere progettata a priori al 100%, per il semplice motivo che le risposte degli alunni, le dinamiche che si creano in classe ed il filo del discorso che si viene delineando possono modificare l'idea iniziale. Questo non è sempre un male, perché credo fermamente che si debba partire sempre dal basso, dal feedback che riceviamo e solo in secondo luogo si può aggiustare, modellare e riproporre l'attività (come prometto di fare una volta tornata in classe).

Ritengo che questo incontro sia stato molto positivo perché, nonostante la tenera età e l'argomento mai toccato in classe, gli alunni hanno mostrato di aver compreso cosa significa *dividere* (hanno usato la parola *separare*) e *distribuire*, capendo che sono le due facce della stessa medaglia. Inoltre, ho voluto far toccare con mano cosa succede se prendiamo un *intero* (che sia una banana, una tavoletta di cioccolato, un foglio) e lo trasformiamo in parti *più piccole* ma che appartengono sempre a quell'intero di partenza. Alla fine, i bambini hanno capito che ci sono diversi pezzi in un'unica banana, e che questi pezzi possono essere grandi o piccoli a seconda di quante volte li dividiamo. Non solo: hanno saputo fare previsioni in merito al numero di fette che sarebbero uscite fuori una volta tagliato ogni pezzo di banana, parlando di *addizione* ma senza sapere di essere riusciti a fare una moltiplicazione!

In classe Terza

Con gli alunni di terza, seppur avessi poco tempo, ho voluto proporre una specie di gioco matematico: mi sono munita di gomma crepla, l'ho tagliata in vari quadrati e quadratini e l'ho portata in classe. Tuttavia, non ho iniziato con il gioco ma con un'attività molto semplice che è venuta fuori da un bisogno pratico di dover dividere dei fogli per concludere un cartellone sulle sperimentazioni di Fisica che faccio assieme ai bambini.

Mentre mi trovavo a tagliare a metà due fogli a4, ho chiamato gli alunni vicino al banchetto sul quale stavo lavorando ed ho posizionato le quattro metà dei fogli l'una accanto all'altra, in orizzontale, come mostrato nella foto seguente.

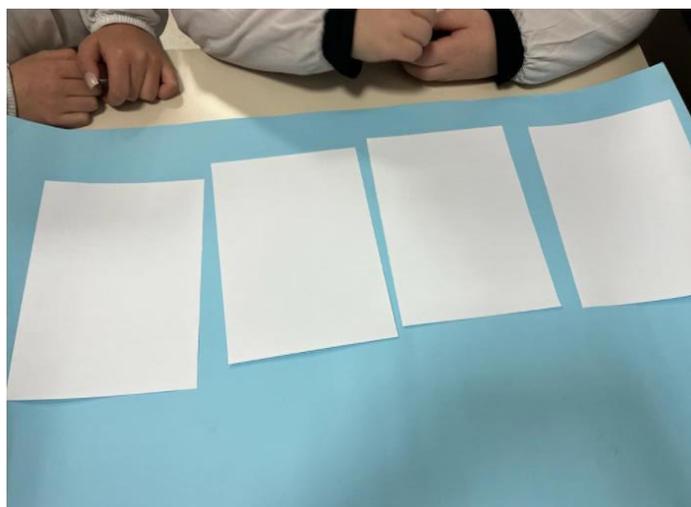


Figura 7- le quattro metà di due fogli a4

Ho chiesto: “Quanti fogli vedete sul tavolo?”

-*Quattro!*

“Ma sono fogli normali, come quelli delle schede che fate in classe, o sono più piccoli?”

Qualcuno ha risposto *normali*, qualcun altro, senza pensarci troppo, ha detto che, ovviamente, si trattava di fogli tagliati.

“Sapreste ricostruirmi i fogli com'erano inizialmente?”

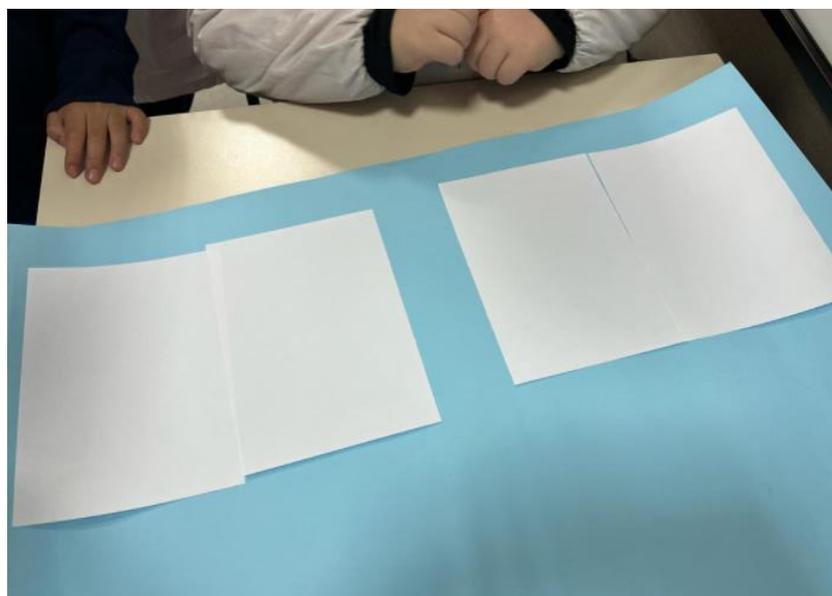


Figura 8- i due fogli a4 ricostruiti

Due bambini, senza alcuna fatica, hanno unito a due a due le metà e hanno ricostruito un foglio a4.

Un altro, invece, mostrava qualche dubbio e mi ha detto:

-Maestra ma io non le capisco queste cose. Loro hanno già capito, io no...

Gli ho risposto che non stavo testando la loro velocità o la loro intelligenza, ma semplicemente il loro modo di operare, senza premiare nessuno. Dunque l'ho invitato ad osservare meglio i fogli e gli ho chiesto:

“Vedi questi fogli interi? Quanti sono?”

-Due.

“Giusto. Ma come mai prima erano quattro?”

Mentre un bambino alzava la mano perché aveva fretta di rispondere, l'altro ci rifletteva e concludeva che i fogli erano stati **divisi**.

-Ah, ho capito, li hai tagliati a metà.

“Bravo! Hai detto la parolina giusta”

*-Maestra, una metà è **un mezzo**! Ci stai facendo fare le frazioni!*

-Le abbiamo fatte ieri con la maestra Rosa!

“Ah, bene! Questo non lo sapevo!” esclamo sorpresa “Allora vediamo cosa succede adesso” e così dicendo, posiziono le quattro metà vicine tra loro in modo da formare un foglio intero più grande.

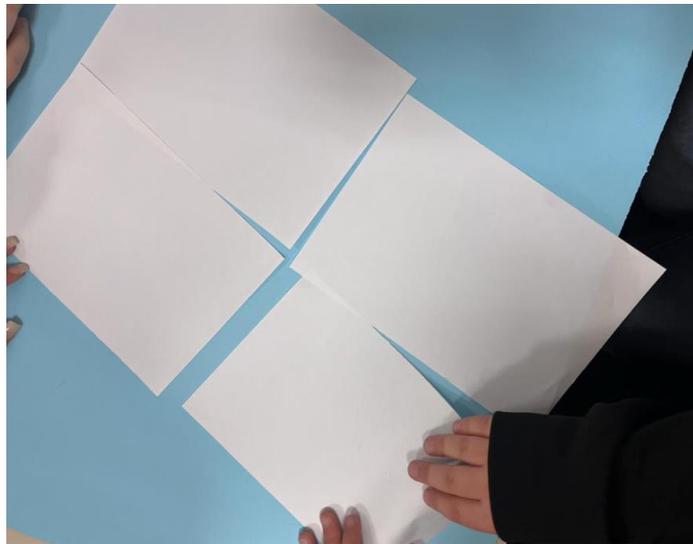


Figura 9- le quattro metà che formano un intero più grande

“Adesso di quanti foglietti è composto il foglio grande?”

-Un quarto! Si dice un quarto! Risponde subito un bambino.

-Sono quattro parti.

L'alunno di prima, quello che aveva dei dubbi, continua ad averne perché dice di non aver capito bene le frazioni e di non essere sveglio come gli altri in matematica. Gli rispondo che ognuno ha un proprio modo di pensare e di arrivare alla soluzione e che questo non significa essere o meno svegli. Gli faccio osservare questo grande intero composto da quattro fogli e dico di contare le parti di cui è formato.

-Sono quattro. Mi risponde triste.

“Okay, sapete perché ogni parte si chiama *un quarto*?” chiedo rivolgendomi a tutti.

Anche i bambini più sicuri hanno mostrato un attimo di incertezza.

-Perché sono quattro fogli.

Poi qualcuno dice:

-Perché ogni foglio è un quarto, cioè **un quarto + un quarto + un quarto + un quarto fanno quattro parti.**

“Quindi possiamo dire che su quattro parti, ne prendo una?”

-Sì.

“E se prendo due parti su quattro?”

-Allora sono due quarti.

“Ma se io volessi prendere un ottavo?”

-**Ci devono essere otto parti!** A rispondere sono sempre i bambini che generalmente vanno bene in matematica e nelle altre materie.

“Mi fate vedere come faccio ad ottenere otto parti?” chiedo, ed i bambini mi mostrano come, a partire da quattro foglietti, posso ottenerne otto, posizionando sulla metà di ciascuno una penna in orizzontale (figura 10).

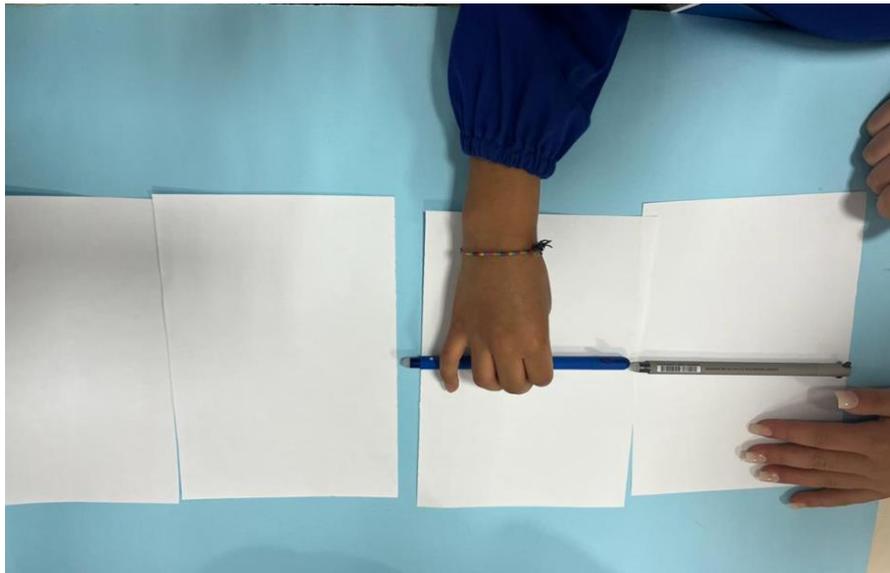


Figura 10- come dividere i fogli in 8 parti

Siccome le risposte mi soddisfano ed inoltre dobbiamo preparare dei dischi divisi in quattro spicchi, ne approfitto. Prendo un cartoncino di forma circolare e dico: “Devo dividerlo in quattro parti e colorarlo per vedere come si sommano i colori quando il cerchio gira, come l’altra volta”. I bambini, che negli incontri precedenti avevano colorato i dischi, si ricordavano il modo in cui li avevo realizzati e, senza difficoltà, mi fanno vedere che il cerchio va prima piegato a metà e poi in un’altra metà.

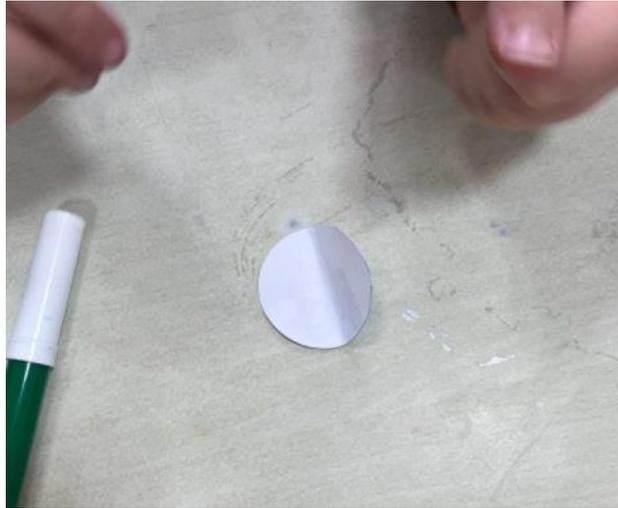


Figura 11- il cerchio diviso a metà

“Come si chiama ogni parte del cerchio (Figura 11)?” chiedo.

-*Metà!*

-*Un mezzo!*



Figura 12- il cerchio diviso in quattro spicchi

“E adesso (Figura 12) come chiamiamo ogni parte del cerchio?”

-*Un quarto!*

Terminata questa breve attività facciamo lezione normalmente. Verso la fine dell'ultima ora i bambini sono ormai stanchi, allora mostro loro il giochino che avevo preparato.

Metto su un banco un quadrato marrone di gomma crepla, dicendo che quello era un blocco di cioccolato. Quindi posiziono anche le due metà di cui il quadrato è composto e chiedo come ho fatto ad ottenerle.

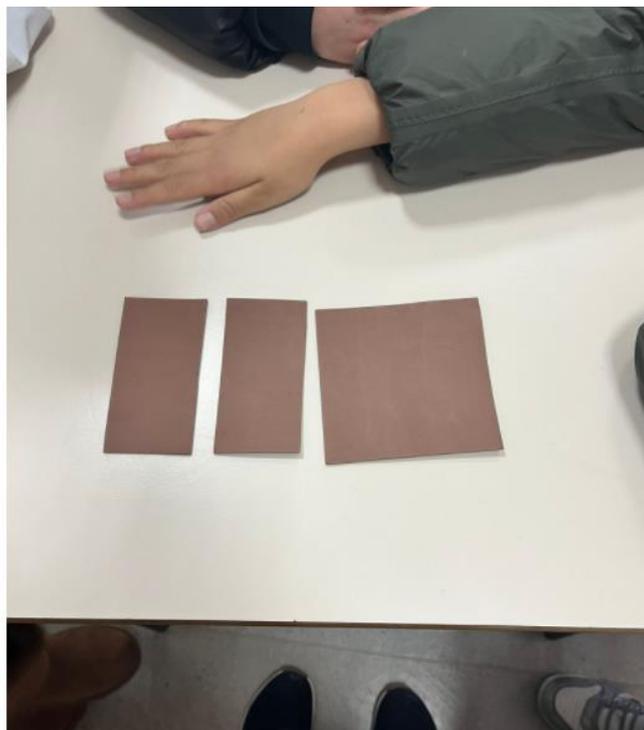


Figura 13- il blocco di cioccolato e le sue due metà

-Hai diviso a metà il quadrato!

-E dai, ci stai facendo fare sempre le frazioni!

Rispondo che voglio fare un gioco matematico, senza parlare per forza di frazioni. A qualcuno, invece, piace che se ne parli.

Consegno anche gli altri pezzetti e chiedo di costruirmi il quadrato iniziale.

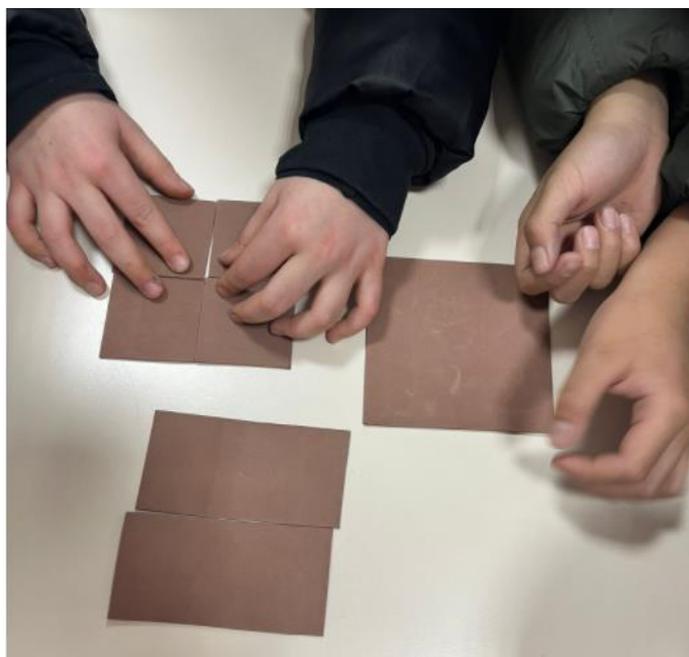


Figura 14- ricostruiamo il quadrato intero

“Come può essere diviso il quadrato iniziale, dunque?” chiedo.

-Lo spezziamo in due oppure facciamo quattro quadrati piccoli.

-I quadrati piccoli sono un quarto!

Un bambino, che solitamente ha una mente molto attiva e mi dà risposte pertinenti e davvero interessanti quando sperimentiamo i fenomeni fisici, unendo i due quadrati più piccoli mi dice:

-Maestra, i due quadrati insieme formano una metà (Figura 15)!



Figura 15- i due quadrati formano una metà

“Bravissimo. Hai detto che una metà è $\frac{1}{2}$, giusto?”

-Sì maestra.

“Ma tu adesso hai sommato i due quadrati più piccoli. Quelli sono sempre $\frac{1}{2}$?” domando.

-Sì! Anzi no, aspetta, i due quadrati sono $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ e quindi...sono $\frac{2}{4}$!

“Ma $\frac{2}{4}$ sono anche una metà del quadrato grande, vero?”

-Sì... allora sono anche un mezzo se li uniamo!

Qualcun altro mi mostra che è possibile formare il quadrato grande unendo anche pezzi “diversi” tra loro, come mostrato in Figura 16.

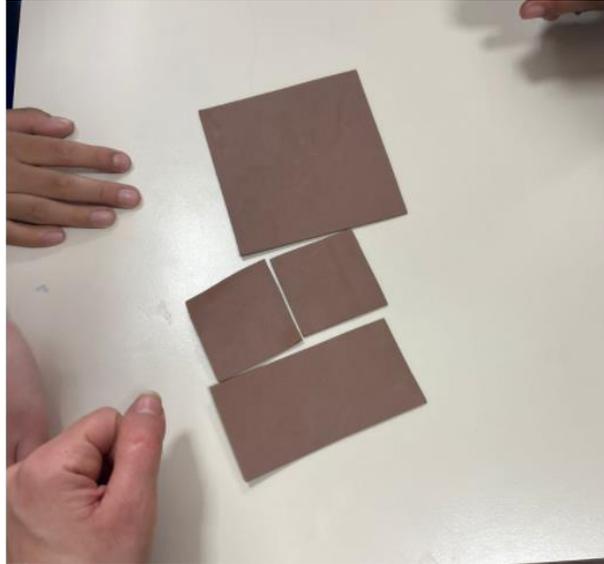


Figura 16- modi di formare un intero

Allora distribuisco anche dei quadratini molto più piccoli e due triangoli ricavati come metà del quadrato intero. I bambini sono sorpresi dalla vista dei triangoli, perché si aspettavano di dover ragionare solo su figure rettangolari. Li invito ad osservare bene come i triangoli si uniscono a formare un quadrato, ed una bambina rimane particolarmente stupita. Dico loro che non dovranno mai dimenticare che un quadrato è formato da due triangoli, perché questo sarà utile per comprendere la geometria che studieranno fra qualche anno (mi riferisco alla **formula dell'area del triangolo**).

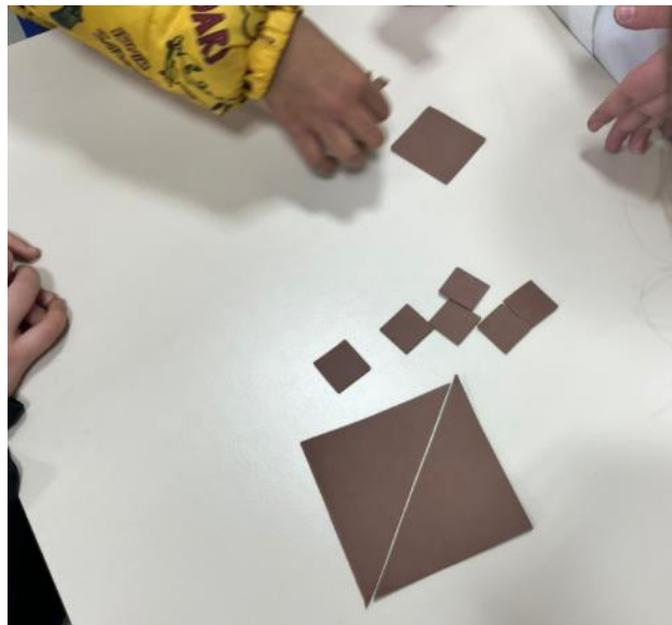


Figura 17- i nuovi pezzi da esplorare

Ben presto i bambini comprendono che i quadratini piccolissimi possono starci sia nel quadrato che loro chiamano *un quarto*, sia nel rettangolo che chiamano *un mezzo*. Li invito a dirmi quanti di questi quadratini stanno dentro un quadrato piccolo.
-Quattro! Ce ne stanno quattro!

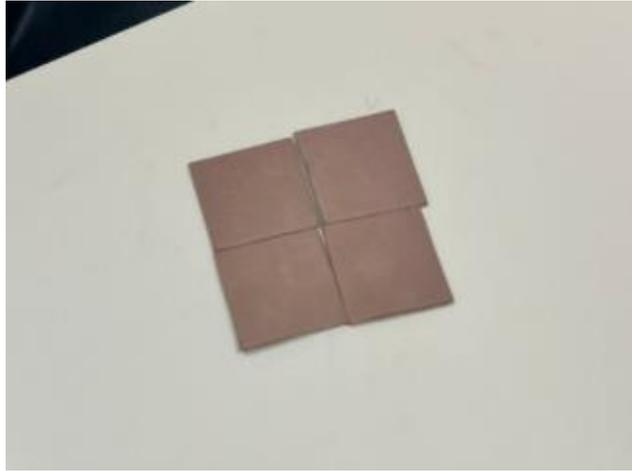


Figura 18- quattro mini quadratini formano un quadrato

“E dentro al rettangolo che era la metà del quadrato?”

-*Ce ne stanno otto!* Risponde qualcuno senza pensarci.

“E perché otto? Come hai fatto a rispondere così in fretta?”

-*Perché sono quattro più quattro!*

La bambina che ha risposto è etichettata dalle maestre come “livello base”, infatti solitamente non mostra la stessa bravura degli altri. Io ho notato, invece, che nelle sperimentazioni di Fisica e in quest’attività, risponde con sicurezza scavalcando persino i bambini più bravi.

Qualcun altro ha bisogno di comprendere in modo pratico questa affermazione, quindi posiziona i mini quadratini sul rettangolo.



Figura 19- otto quadratini nel rettangolo

Chiedo quindi di provare a formare il quadrato intero iniziale con i pezzi che ho dato e qualcuno (il bambino che mi stupisce sempre con le sue risposte intelligenti), mi mostra questo (Figura 20):

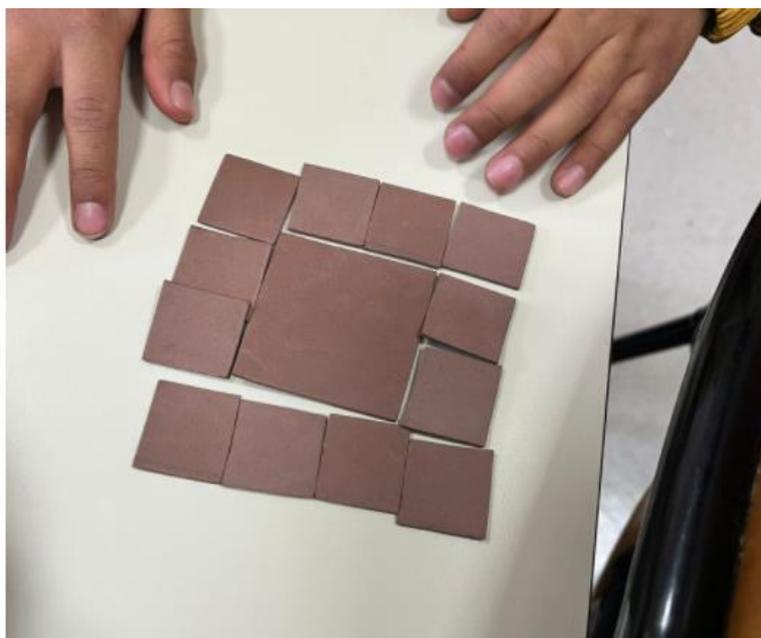


Figura 20- come formare un intero

Dato che gli alunni hanno preso dimestichezza con i pezzetti che ho fornito, voglio porre questa domanda perché sono convinta di generare in loro dei dubbi:

“Secondo voi è più grande il triangolo di cioccolato o il rettangolo? Quale pezzo preferireste da mangiare?”

-Il triangolo!

Chiedo il motivo di questa risposta ed una bambina mi mostra, mettendo a confronto le due figure, che nel triangolo c'è più cioccolato.

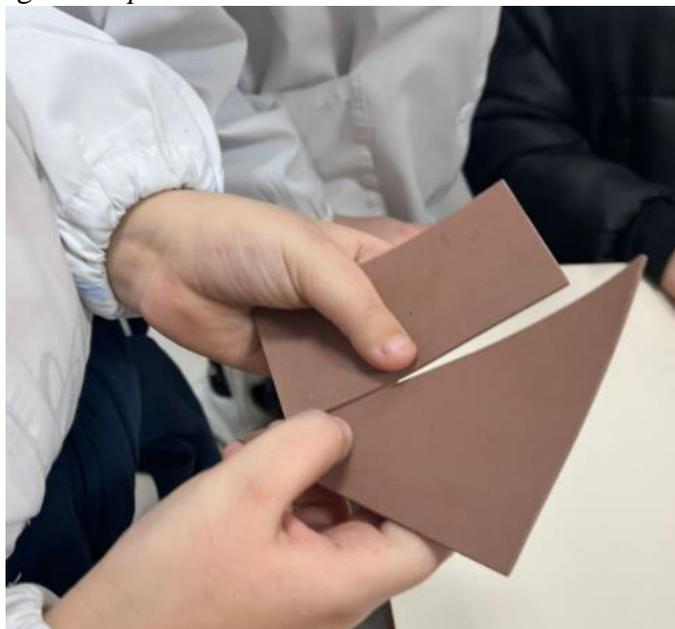


Figura 21- una bambina confronta due figure

Allora faccio vedere, nuovamente, che è possibile ricostruire il quadrato iniziale sia con due rettangoli che con due triangoli.

“Bimbi, ma ogni triangolo è una metà?”

-Sì.

-Un mezzo e un mezzo.

“Ed ogni triangolo che cos’è?”

-Sempre una metà...

-**Maestra io non ci avevo pensato che si poteva tagliare anche così!**

-Ma è sempre un mezzo!

“Allora chi è più grande?”

Qualcuno aspetta a rispondere, qualcun altro insiste che il triangolo sia più grande. Poi finalmente, arriva una timida risposta che dice:

-Forse sono uguali.

Mi rendo conto che non è semplice per dei bambini di Terza comprendere che due figure possono essere uguali pur non avendo la stessa forma, dunque faccio vedere come, posizionando il rettangolo dentro al triangolo, ci sono pezzettini del triangolo che sbucano fuori, ma ci sono anche pezzi del rettangolo che “escono” dal triangolo. Tutte quelle parti in più, se le tagliamo e le ricomponiamo, vanno a formare due figure dalla stessa forma.

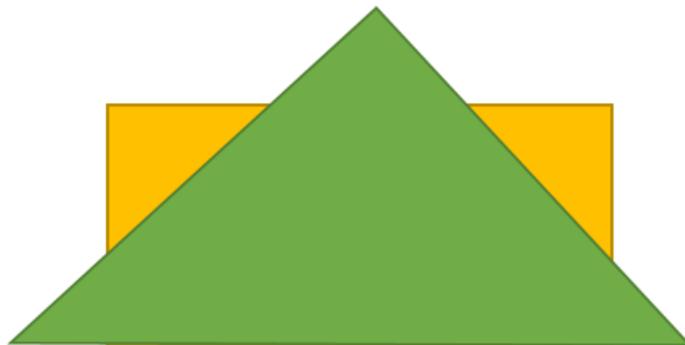


Figura 22- rettangolo e triangolo hanno la stessa area

Siccome l’ora stava per terminare, ho lasciato i bambini liberi di manipolare le forme e loro hanno costruito delle casette con i vari pezzettini che ho fornito. Non avendo altro tempo a disposizione non ho approfondito l’argomento, ma la prossima volta mi ricollegherò proprio a queste *casette*.

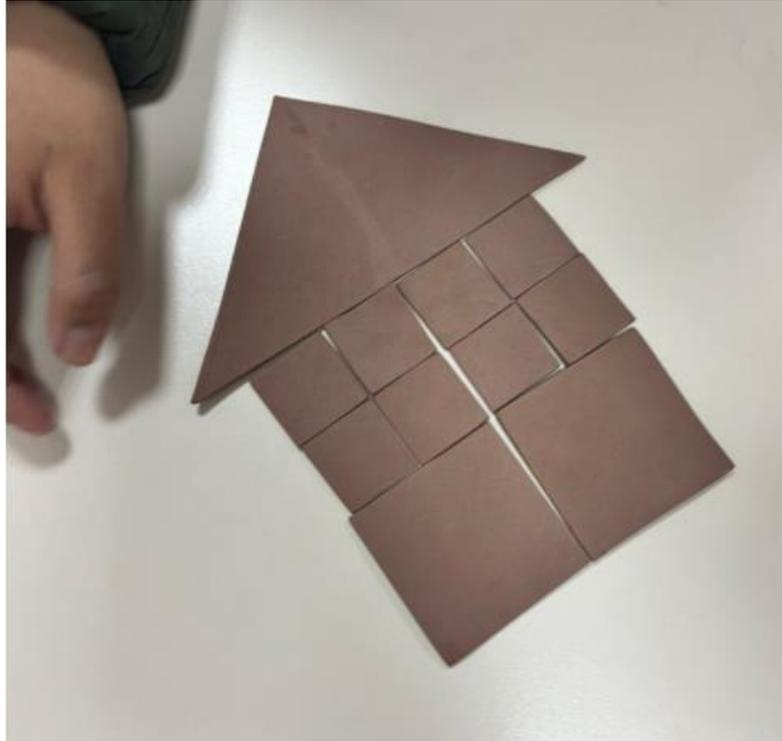


Figura 23- le casette costruite con i pezzettini

Conclusioni

In Terza i bambini avevano già un po' di dimestichezza con le frazioni, al punto da specificarmi che *un mezzo* corrisponde ad una metà, così come *un quarto* corrisponde ad una su quattro parti. Tuttavia, alcuni si mostravano dubbiosi anche per via della loro ansia di sbagliare e frustrazione nel non capire. Spero di affrontare l'argomento, la volta prossima, con un pubblico più numeroso e partendo proprio dalle creazioni dei bambini. Quello che ho riscontrato con grande gratificazione, ancora una volta, è che gli alunni considerati "difficili", se messi di fronte ad un'attività pratica, sanno riuscire con meno difficoltà di quelli che, normalmente, riescono a lavorare con il pensiero astratto. Ritengo dunque che la matematica ed il pensiero proporzionale in genere vadano affrontati *sempre* partendo da un gioco, un indovinello, una manipolazione che consenta al discente di *vedere* e di *toccare*, affinché le nozioni risultino meno astratte e vicine alla quotidianità.